数书九章

Mathematical Treatise in Nine Sections

كِتَابُ التِّسْعِ فُصُولٍ فِي العُلُومِ الرِّيَاضِيَّةِ

قِين جِيُوشَاو -- القَرْن الثَّانِي عَشَر المِيلَادِي

Fascicle I - 大衍類

الجُزْءُ الأَوَّلُ: فَصْلُ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى

大衍求一术、大衍总数术及九问

طَرِيقَةُ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، وَطَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ الكُبْرَى، وَالتِّسْعُ مَسَائِلَ

By Qin Jiushao (秦九韶) لِقِين جِيُوشَاو

c. 1202 – 1261 CE حَوَالَي عَام 1202--1261 م

Presented in the 7th year of Chunyou (淳祐七年), 1247 CE

مُقَدَّمَةٌ فِي السَّنَةِ السَّابِعَةِ مِن عَهْدِ شُونْيُو، 1247 مِيلَادِيَّةً

Chinese → Arabic Bilingual Translation Edition

طَبْعَةٌ ثُنَائِيَّةُ اللُّغَةِ: الصِّينِيَّةُ وَالعَرَبِيَّةُ

One of the greatest masterpieces of Chinese mathematics,
containing the general Chinese Remainder Theorem (Dayan method),
numerical solutions of polynomial equations, surveying problems,
and commercial and financial mathematics.

مِن أَعْظَمِ مُؤَلَّفَاتِ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ، يَتَضَمَّنُ مُبَرْهَنَةُ البَوَاقِي الصِّينِيَّةُ العَامَّةُ (الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى)

Typeset in LaTeX with XeTeX

Chinese Font: SimSun • Arabic Font: Noto Naskh Arabic

Contents

1 Introduction 2
1.1 The Dayan Category (大衍类) 3

2 Preface (序) 6

3 The Nine Categories in Verse (九类赋) 9

4 The Dayan General Method (大衍总数术) 11
4.1 Editorial Commentary (按) 11
4.2 The Four Types of Numbers (四华数) 11
4.3 Finding the Definitive Numbers (求定数) 13
4.4 Computing the Derivative Numbers (求衍数、奇数、乘率、用数) 13
4.5 The Dayan Method for Finding Unity (大衍求一术) 16

5 Problem 1: Shigua Fawei (蓍卦发微) 18

6 Problem 2: Guli Huiji (古历会积) 20

7 Problem 3: Tuiji Tugong (推计土功) 22

8 Problem 4: Tuiku E Qian (推库额钱) 24

9 Problem 5: Fentiao Tuiyuan (分粜推原) 26

10 Problem 6: Chengxing Jidi (程行计地) 28

11 Problem 7: Chengxing Xiangji (程行相及) 30

12 Problem 8: Jichi Xunyuan (积尺寻源) 31

13 Problem 9: Yumi Tuishu (余米推数) 34

Editorial Commentary on Problem 9 36

14 Mathematical Analysis of the Dayan Method 37
14.1 The Chinese Remainder Theorem 37
14.2 Qin Jiushao’s Algorithm 37
14.3 Historical Significance 38

About This Bilingual Edition 40

1 Introduction

序说

The Shuxue Jiuzhang (数书九章, Mathematical Treatise in Nine Sections) is the magnum opus of the Song dynasty mathematician Qin Jiushao (秦九韶, c. 1202–1261). Completed in 1247 CE during the Chunyou era (淳祐七年), it stands as one of the greatest achievements in the history of Chinese mathematics and of world mathematics.

The work is organized into nine categories (类), each containing nine problems (问), for a total of eighty-one problems. The nine categories are:

1. Dayan (大衍) – The Great Derivation
2. Tianshi (天时) – Astronomical phenomena
3. Tianyu (田域) – Land measurement
4. Cewang (测望) – Surveying
5. Fuyi (赋役) – Taxation
6. Qian’gu (钱谷) – Currency and grain
7. Yingjian (营建) – Construction
8. Junlv (军旅) – Military affairs
9. Shiyi (市易) – Market transactions

المُقَدِّمَةُ

يُعَدُّ كِتَابُ ``شُو شُو جِوْ جَانْغ" (الأَقْسَامُ التِّسْعَةُ فِي العُلُومِ الرِّيَاضِيَّةِ) الإِنْجَازَ الأَعْظَمَ لِلرِّيَاضِيِّ الصِّينِيِّ قِين جِيُوشَاو (حَوَالَي 1202--1261 م) فِي عَهْدِ سُلالَةِ سُونْغ. أُكْمِلَ فِي عَام 1247 مِيلَادِيَّةً، وَيُعْتَبَرُ مِن أَعْظَمِ الإِنْجَازَاتِ فِي تَارِيخِ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ وَالعَالَمِيَّةِ.

يَنْقَسِمُ العَمَلُ إِلَى تِسْعِ فَصُولٍ (类)، كُلُّ فَصْلٍ يَحْتَوِي عَلَى تِسْعِ مَسَائِلَ (问)، لِيَصِلَ المَجْمُوعُ إِلَى وَاحِدٍ وَثَمَانِينَ مَسْأَلَةً. التِّسْعَةُ الأَقْسَامُ هِيَ:

1. الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى (衍大) -- الطَّرِيقَةُ العُظْمَى
2. الظَّوَاهِرُ الفَلَكِيَّةُ (时天)
3. قِيَاسُ الأَرْضِ (域田)
4. المِسَاحَةُ وَالرَّصْدُ (望测)
5. الضَّرَائِبُ وَالخِدْمَاتُ (役赋)

Each problem follows a rigorous four-part structure:

- Wen (问) - The problem statement
- Da (答) - The numerical answer
- Shu (术) - The general method and algorithm
- Cao (草) - The detailed working

1.1 The Dayan Category (大衍类)

Fascicle I covers the first category, Dayan (大衍, "Great Derivation"), devoted to the general solution of systems of linear congruences—what is now known worldwide as the Chinese Remainder Theorem.

> 大衍之数五十，其用四十有九。分而为二以象两，挂一以象三，揲之以四以象四时，归奇于扐以象闰。五岁再闰，故再扐而后挂。
>
> The number of the Great Derivation is fifty; of these, forty-nine are used. Divide into two to symbolize the Two [heaven and earth]; hang one to symbolize the Three [heaven, earth, and man]; count off by fours

6. العُمْلَاتُ وَالحُبُوبُ (谷钱)
7. البِنَاءُ وَالهَنْدَسَةُ (建营)
8. الشُّؤُونُ العَسْكَرِيَّةُ (旅军)
9. مُعَامَلَاتُ السُّوقِ (易市)

كُلُّ مَسْأَلَةٍ تَتَّبِعُ هَيْكَلاً مُرَكَّبًا مِنْ أَرْبَعَةِ أَجْزَاءٍ:

- المَسْأَلَةُ (问) -- نَصُّ المَسْأَلَةِ
- الجَوَابُ (答) -- الإِجَابَةُ الرَّقْمِيَّةُ
- الطَّرِيقَةُ (术) -- الأُسْلُوبُ العَامُّ وَالخَوَارِزْمِيَّةُ
- العَمَلُ المُفَصَّلُ (草) -- الشَّرْحُ العَمَلِيُّ المُفَصَّلُ

فَصْلُ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى (大衍类)

يُغَطِّي الجُزْءُ الأَوَّلُ الفَصْلَ الأَوَّلَ، وَهُوَ فَصْلُ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى (大衍)، المُخَصَّصُ لِلحَلِّ العَامِّ لِنِظَامِ المُعَادَلَاتِ الخَطِّيَّةِ المُتَبَادِلِيَّةِ -- وَهُوَ مَا يُعْرَفُ اليَوْمَ عَالَمِيًّا بِـ**مُبَرْهَنَةِ البَوَاقِي الصِّينِيَّةِ**.

to symbolize the Four Seasons; return the remainder to symbolize the intercalary month. Five years have two intercalary months, so repeat the process twice and then hang again.

The nine problems of the Dayan category are:

1. 蓍卦发微 - Divination by Yarrow Stalks
2. 古历会积 - Ancient Calendar Accumulation
3. 推计土功 - Estimating Earthworks
4. 推库额钱 - Calculating Treasury Funds
5. 分粜推原 - Grain Distribution
6. 程行计地 - Journey Distance Calculation
7. 程行相及 - Catching Up on a Journey
8. 积尺寻源 - Finding Dimensions from Volume
9. 余米推数 - Calculating Rice Remainders

عَدَدُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى خَمْسُونَ، وَالمَسْتَخْدَمُ مِنْهَا تِسْعَةٌ وَأَرْبَعُونَ. اِقْسِمْهَا نِصْفَيْنِ لِتُمَثِّلِ الاثْنَيْنِ، وَعَلِّقْ وَاحِدًا لِتُمَثِّلَ الثَّلَاثَةَ، وَاعْدُدْ بِأَرْبَعَةٍ لِتُمَثِّلَ الفُصُولَ الأَرْبَعَةَ، وَأَرْجِعِ البَاقِيَ لِيُمَثِّلَ الشَّهْرَ الكَبِيسَ. لِأَنَّ فِي كُلِّ خَمْسِ سِنِينَ شَهْرَيْنِ كَبِيسَيْنِ.

التِّسْعُ مَسَائِلُ فَصْلِ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى هِيَ:

1. كَشْفُ أَسْرَارِ الكَشْفِ بِعِيدَانِ الأَرِيكَةِ (微发卦蓍)
2. تَرَاكُمُ التَّقْوِيمِ القَدِيمِ (积会历古)
3. تَقْدِيرُ أَعْمَالِ التُّرَابِ (功土计推)
4. حِسَابُ أَمْوَالِ الخَزِينَةِ (钱额库推)
5. تَوْزِيعُ الحُبُوبِ (原推粜分)
6. حِسَابُ مَسَافَةِ الرِّحْلَةِ (地计行程)
7. التَّقَابُلُ فِي الرِّحْلَةِ (及相行程)
8. اِسْتِقْصَاءُ المَقَادِيرِ مِنَ الحُجْمِ (源寻尺积)

تَعْيِينُ كَمِّيَّةِ الأُرُزِّ البَاقِيَةِ (数推米余) .9

2 Preface (序)

序

Classical Chinese Preface by Qin Jiushao (1247 CE)

周教六艺，数实成之。学士大夫所从事尚矣。其用本太虚生一，而周流无穷。大则可以通神明、顺性命，小则可以经世务、类万物，讵容以浅近窥哉？

若昔推策以迎日，定律而和气。髀距濬川，土圭度晷。天地之大，囿焉而不能外，况其间总总者乎？爰自河图洛书，闯发幽秘；八卦九畴，错综精微。极而至于大衍、皇极之用，而人事之变无不该，鬼神之情莫能隐矣。圣人神之言而遗其粗，常人昧之由而莫之觉。要其归，则数与道非二本也。

汉去古未远，有张苍、许商、马延年、耿寿昌、郑玄、张衡、刘洪之伦，或明天道而法传于后，或计功策而效验于时。后世学者自高鄙不之讲，此学殆绝。惟治历畴人能为乘除，而弗通于开方衍变。若官府会事，则府史一二累之，算家位置素所不识，上之人亦委而听焉。持算者惟若人，则鄙之也宜矣。

呜呼！乐有制氏，仅记铿锵之声，而谓与天地同和者止于是，可乎？今数术之书尚三十余家。天象历度谓之缀术，太乙壬甲谓之三式，皆曰内算，言其秘也。九章所载及周官九数，系于方圆者为专术，皆曰外算，对内而言也。其用相通，不可歧二。独大衍法不载九章，未有能推之者。历家演法颇用之，以为方程者，误也。

且天下之事多矣。古之人先事而计，计定而行。仰观俯察，人谋鬼谋，无所不用其谨，是以不愆于成。载籍章章可覆也。后世兴事造始，鲜能考度，悠悠乎天纪人事之殽缺矣，可不求其故哉？

九韶愚陋，不闲于艺。然早岁侍亲中都，因得访习于太史，又尝从隐君子受数学。时际兵难，历岁遥塞，不自意全于矢石之间。更险离忧，荏苒十禩，心槁气落。信知夫物莫不有数也，乃肆意其间，旁诹方能，探索杳眇，粗若有得焉。所谓通神明、顺性命，固肤末于见。若其小者，窃尝设为问答，以拟于用。积多而惜其弃，因取八十一题，厘为九类，立术具草，间以图发之。恐或可备博学多识君子之余观，曲艺可遂也，愿进之于道。傥曰艺成而下，是惟畴人府史流也，乌足尽天下之用，亦无瞢焉。

时淳祐七年九月，鲁郡秦九韶叙。

المُقَدِّمَةُ

بِقَلَمِ قِين جِيُوشَاو (عَام 1247 مِيلَادِيَّةً)

إِنَّ عُلُومَ الأُمَّةِ السِّتَّ فِي التَّعْلِيمِ الزَّمَكِشَفِيِّ قَدْ أَكْمَلَتْهَا الرِّيَاضَةُ. وَقَدْ اِشْتَغَلَ بِهَا طُلَّابُ العِلْمِ وَالعُظَمَاءُ مُنْذُ زَمَانٍ بَعِيدٍ. أَصْلُهَا: اللاَّشَيْءُ يُنْشِئُ الوَاحِدَ، فَتَدُورُ فِي مَجَالٍ لاَ يَنْتَهِي. فِي الكُبْرَى تَصِلُ إِلَى فَهْمِ الأَلِهَةِ وَطَاعَةِ

المَصِيرِ، وَفِي الصُّغْرَى تُدَبِّرُ شُؤُونَ الدُّنْيَا وَتُصَنِّفُ جَمِيعَ الأَشْيَاءِ. فَكَيْفَ يُمْكِنُ اسْتِيعَابُهَا بِنَظْرَةٍ ضَحْلَةٍ؟

فِي المَاضِي، كَانُوا يَسْتَخْدِمُونَ العِصِيَّ لاسْتِقْبَالِ الشَّمْسِ، وَيَضَعُونَ القَوَانِينَ لِيُنَاسِبُوا الإِيقَاعَ السَّمَاوِيَّ. يَقِيسُونَ بِالأَسْطُوَانَاتِ وَيُجَرِّفُونَ الأَنْهَارَ، وَيَعِيرُونَ بِالأُرْجُوحَةِ التُّرَابِيَّةِ لِقِيَاسِ ظِلِّ الشَّمْسِ. أَمَّا عَظَمَةُ السَّمَاءِ وَالأَرْضِ فَإِنَّهَا مَحْصُورَةٌ لَا يُمْكِنُ الخُرُوجُ عَنْهَا، فَكَيْفَ بِمَا فِي وَسَطِهَا؟

مُنْذُ خَرِيطَةِ النَّهْرِ وَكِتَابِ اللُّؤْلُؤَةِ، تَمَّ كَشْفُ الأَسْرَارِ الخَفِيَّةِ. وَالأَرْقَامُ الثَّمَانِيَةُ وَالتِّسْعَةُ الأَنْوَاعِ تَتَشَابَكُ فِي دِقَّتِهَا الوَافِرَةِ. حَتَّى الطَّرِيقَةُ العُظْمَى وَالقُصْوَى، فَلَيْسَ مِن تَغَيُّرَاتِ البَشَرِ إِلاَّ وَقَدْ شَمِلَتْهَا، وَلَا مِنْ أَحْوَالِ الأَرْوَاحِ إِلاَّ وَقَدْ أَظْهَرَتْهَا.

الأَحْكَامُ الفَلَكِيَّةُ فِي سُلالَةِ هَانْ لَمْ تَكُنْ بَعِيدَةً عَنِ العُصُورِ القَدِيمَةِ. كَانَ هُنَاكَ: جَانْغ تْسَانْغ، شُو شَانْغ، مَا يَنْ نِينْ، غِنْغ شُوجَانْغ، جُونْغ شُوَانْ، جَانْغ هِنْغ، لِيُو هُنْغ وَغَيْرُهُمْ. بَعْضُهُمْ فَهِمَ قَانُونَ السَّمَاءِ فَنَقَلَهُ إِلَى مَا بَعْدَهُ، وَبَعْضُهُمْ حَاسَبَ الإِنْجَازَاتِ فَتَحَقَّقَتْ صِحَّتُهُ.

أَمَّا عُلَمَاءُ العُصُورِ المُتَأَخِّرَةُ فَقَدِ اسْتَكْبَرُوا عَنْ دِرَاسَتِهَا، فَكَادَتْ هَذِهِ المَعْرِفَةُ أَنْ تَنْدَثِرَ. لَمْ يَبْقَ إِلاَّ مُعَدِّلُو التَّقَاوِيمِ يَقْدِرُونَ عَلَى الضَّرْبِ وَالقِسْمَةِ، دُونَ فَهْمِ التَّطْوِيرِ الجَذْرِيِّ. فَإِنْ كَانَ أَهْلُ الحِسَابِ هَكَذَا، فَاسْتِحْقَارُهُمْ مُسْتَحَقٌّ.

أَسَفَاهْ! فِي المُوسِيقَى هُنَاكَ عَائِلَةُ جُو، تَحْفَظُ فَقَط أَصْوَاتَ الجَوَاهِرِ، فَهَلْ يَعْقِلُ أَنَّ التَّنَاغُمَ مَعَ السَّمَاوَاتِ يَقِفُ عِنْدَ هَذَا؟

كُتُبُ الرِّيَاضَاتِ اليَوْمَ لاَ تَزَالُ تَزْهُو بِأَكْثَرَ مِنْ ثَلاثِينَ بَيْتًا. فَنُجُومُ السَّمَاءِ وَدَرَجَاتُ التَّقْوِيمِ تُسَمَّى ``فَنَّ الإِلْحَاقِ"، وَالتَّابِي وَالرِّيَانْ جَا وَالجِيَا تُسَمَّى ``الطُّرُقَ الثَّلاثَ"، وَكُلُّهَا تُدْعَى ``الحِسَابَ الدَّاخِلِيَّ" لِسِرِّيَّتِهَا. أَمَّا مَا فِي كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ وَتِسْعَةُ أَرْقَامِ ``جُو" فَتُسَمَّى ``الحِسَابَ الخَارِجِيَّ"، لِأَنَّهَا خَارِجَةٌ عَنِ الدَّاخِلِيِّ. إِلاَّ أَنَّهَا مُتَصِلَةٌ فِي الوَظِيفَةِ، فَلاَ يُمْكِنُ الفَصْلُ بَيْنَهَا.

وَحْدَهَا طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لَمْ تُذْكَرْ فِي الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ، وَلَمْ يَكُنْ هُنَاكَ مَنْ يَسْتَطِيعُ اسْتِنْبَاطَهَا. أَهْلُ التَّقَاوِيمِ اسْتَخْدَمُوهَا كَثِيرًا فِي حِسَابَاتِهِمْ، لَكِنَّ مَنْ ظَنَّهَا مُعَادَلَاتٍ فَقَطْ فَقَدْ أَخْطَأَ.

يَا لَهَا مِنْ دُنْيَا وَاسِعَةِ الشُّؤُونِ! فَأَهْلُ العُصُورِ الخَالِيَةِ كَانُوا يُدَبِّرُونَ قَبْلَ الأَحْدَاثِ، فَإِذَا حَسُنَ التَّدْبِيرُ تَمَّ العَمَلُ. يَنْظُرُونَ إِلَى السَّمَاءِ وَيَرْصُدُونَ الأَرْضَ، يَتَشَاوَرُونَ بَيْنَهُمْ وَمَعَ الرُّوحَانِيَّاتِ، فَلاَ يَفْعَلُونَ شَيْئًا إِلاَّ بِعِنَايَةٍ شَدِيدَةٍ.

أَمَّا أَنَا جِيُوشَاو فَأَنَا رَجُلٌ بَلِيدٌ قَلِيلُ المَعْرِفَةِ. غَيْرَ أَنَّنِي فِي صِغَرِي خِدْتُ وَالِدَيَّ فِي العَاصِمَةِ، فَتَمَكَّنْتُ مِنْ زِيَارَةِ مَعْهَدِ الفَلَكِ لِلتَّعَلُّمِ. وَقَدْ تَتَلَمَّتُ عَلَى يَدِ عَالِمٍ حَكِيمٍ فِي عِلْمِ الأَرْقَامِ.

حِينَ وَقَعَتِ الحُرُوبُ، عَبَرْتُ سِنِينَ طَوِيلَةً مُتَنَقِّلاً بَيْنَ المُدُنِ البَعِيدَةِ، وَلَمْ أَظُنَّ أَنَّنِي سَأَنْجُو مِنْ بَيْنِ السِّهَامِ وَالحِجَارَةِ. تَجَاوَزْتُ الأَخْطَارَ وَالأَحْزَانَ، وَمَرَّتْ عَشْرُ سَنَوَاتٍ، وَقَلْبِي يَابِسٌ وَهِمَّتِي سَاقِطَةٌ.

عِنْدَئِذٍ آمَنْتُ أَنَّ كُلَّ شَيْءٍ لَهُ عَدَدُهُ، فَانْغَمَسْتُ فِي عِلْمِ الأَرْقَامِ، أَسْتَكْشِفُ الأَعْمَاقَ البَعِيدَةَ، فَحَصَلْتُ عَلَى نَتَائِجَ مُتَوَاضِعَةٍ. أَمَّا المَقُولُ: ``اِتِّصَالُ الأَلِهَةِ وَطَاعَةُ المَصِيرِ'' فَهُوَ بَعِيدٌ عَنْ فَهْمِي السَّطِيحِ. لَكِنِّي جَرَّبْتُ أَنْ أَضَعَ مَسَائِلَ وَأَجْوِبَةً لِلتَّطْبِيقِ.

ثُمَّ تَرَاكَمَتْ المَسَائِلُ فَخِفْتُ أَنْ تَضِيعَ، فَاخْتَرْتُ وَاحِدًا وَثَمَانِينَ مَسْأَلَةً، رَتَّبْتُهَا فِي تِسْعَةِ فُصُولٍ، وَضَعْتُ لَهَا الطُّرُقَ وَالأَعْمَالَ، وَأَحْيَانًا بِالرُّسُومِ. لَعَلَّهَا تَكُونُ لِأُولِي العِلْمِ الوَاسِعِ مَوْضُوعَ اِطِّلاَعٍ.

قِين في شَهْرِ أَيْلُولَ، السَّنَةُ السَّابِعَةُ مِن عَهْدِ شُونْيُو، عَام 1247 م

جِيُوشَاو مِن لُو جُونْ

3 The Nine Categories in Verse (九类赋)

九类赋

昆仑旁薄，道本虚一。圣有大衍，微寓于《易》。奇余取策，群数皆捐。衍而究之，探隐之原。

述大衍第一

数术之传，以实为体。其书九章，惟兹弗纪。历家虽用，用而不知。小试经世，姑推所为。

七精回穹，人事之纪。追缀而求，宵星昼晷。历久则疏，惟智能革。不寻天道，模袭何益。

述天时第二

魁隗粒民，甄度四海。苍姬井之，仁政攸在。代远庶蕃，垦菑日广。步度庀赋，版图是掌。方圆异状，袤窳殊形。专术精微，孰究其真。差之毫厘，谬乃千里。公私共弊，盍谨其籍。

述田域第三

莫高匪山，莫濬匪川。神禹奠之，积矩攸传。智创巧述，重差夕桀。求之既详，揆之罔越。崇深广远，度则靡容。形格势禁，寇垒仇墉。欲知其数，先望以表。因差施术，坐悉微渺。

述测望第四

邦国之赋，以待百事。畦田经入，取之有度。未免力役，先商厥功。以衰以率，逸乃同功。汉犹近古，租税以算。调均钱谷，何菑之捍。惟仁隐民，犹己溺饥。赋役不均，宁得勿思。

述赋役第五

物等敛赋，式时府庾。粒粟寸丝，褐夫红女。商征边籴，后世多端。立缘为欺，上下俱殚。我闻理财，如智治水。澄源濬流，惟其深矣。彼昧弗察，急于烦刑。去理益远，吁嗟不仁。

述钱谷第六

斯城斯池，乃栋乃宇。宅坐寄命，以保以聚。鸠功雉制，竹个本章。匪究匪度，财蠹力伤。围蔡而裁，如子西素。匠计露台，俾汉文惧。惟武图功，惟俭昭德。有国有家，兹焉取则。

述营建第七

天生五材，兵去未可。不教而战，维上之过。堂堂之阵，鹅鹳为行。营应规矩，其将莫当。师中之吉，惟智仁勇。夜算军书，先计攸重。我闻在昔，轻则寡谋。殄民以幸，亦孔之忧。

述军旅第八

日中而市，万民所资。贾贸墆鬻，利析铢锱。蹢财役贫，封君低首。豕末兼并，非国之厚。

述市易第九

مَقَالُ التِّسْعَةِ الأَقْسَامِ

جِبَالُ كُونْلُونْ الشَّامِخَةُ، وَأَصْلُ الطَّرِيقِ هُوَ الفَرَاغُ الوَاحِدُ. أَتَى الأَقْدَمُونَ بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى، فَتَجَلَّتْ فِي كِتَابِ التَّغَيُّرَاتِ. يَأْخُذُونَ العَصَا وَالبَوَاقِيَ، فَتَنْصَرِفُ الجُمْهُورَةُ. لِنَفْحَصَهَا وَنَبْحَثَ عَنْ أَصْلِ الخَفَاءِ.

فَصْلُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى -- الأَوَّلُ

تَنْقُلُ الرِّيَاضَةُ جِيلًا بَعْدَ جِيلٍ، وَجِسْمُهَا الحَقِيقَةُ. كِتَابُ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ لَمْ يَذْكُرْهَا. أَهْلُ التَّقَاوِيمِ اسْتَخْدَمُوهَا دُونَ فَهْمِهَا. لِنَجْرِبْ فِي إِدَارَةِ الدُّنْيَا

وَنَسْتَنْبِطَ مَا يَنْبَغِي.

سَبْعَةُ كَوَاكِبَ تَدُورُ فِي الفُضَاءِ، وَهِيَ قَاعِدَةُ شُؤُونِ البَشَرِ. نَتْبَعُهَا لَيْلًا وَنَهَارًا. مَرَّ الزَّمَانُ فَصَارَتْ غَيْرَ دَقِيقَةٍ، وَالحِكْمَةُ وَحْدَهَا تُجَدِّدُهَا.

فَصْلُ الأَحْوَالِ السَّمَاوِيَّةِ -- الثَّانِي

فَصْلُ قِيَاسِ الأَرْضِ -- الثَّالِثُ

فَصْلُ الرَّصْدِ وَالمِسَاحَةِ -- الرَّابِعُ

فَصْلُ الضَّرَائِبِ وَالخِدْمَاتِ -- الخَامِسُ

فَصْلُ العُمْلَاتِ وَالحُبُوبِ -- السَّادِسُ

فَصْلُ البِنَاءِ -- السَّابِعُ

فَصْلُ الشُّؤُونِ العَسْكَرِيَّةِ -- الثَّامِنُ

فَصْلُ مُعَامَلَاتِ السُّوقِ -- التَّاسِعُ

4 The Dayan General Method (大衍总数术)

طَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ العُظْمَى

4.1 Editorial Commentary (按)

按：按大衍术，以各分数之奇零求各分数之总数。大而天行，小而物数，皆可御之。其法有求元、求定、求衍、求奇、求乘、求用之目。大约以数之奇偶为根，而以诸数相度之尽不尽为用。

有求彼此不能度尽之诸数者，元数、定数是也。有求诸数皆能度尽之一数者，衍母数是也。有求诸数皆能度尽而一数不能度尽之数者，各衍数是也。其不尽之数，即奇数也。有求二数相度余一之数者，乘数是也。有求二数相度余一而诸数又能度尽之数者，用数是也。

此法乃秦九韶之所独得，九章所不载，刘徽、祖冲之所未尝言。其精妙在于求一术，能以两数之最大公度求乘率，使乘率乘奇数满定母去之余一。此术一出，而历家积年之算、物不知数之问，皆有定法可循矣。

تَعْلِيقُ المُحَرِّرِ:

طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى تَطْلُبُ المَجْمُوعَ الكُلِّيَّ لِكُلِّ العَدَدِ مِنْ خِلَالِ بَوَاقِيهَا. فَمِنَ السَّمَاءِ الكُبْرَى إِلَى عَدَدِ الأَجْسَامِ الصَّغِيرَةِ، جَمِيعُهَا يُمْكِنُ مُعَالَجَتُهَا. لِهَذَا الأُسْلُوبِ فُرُوضٌ: طَلَبُ الأَصْلِ، وَطَلَبُ التَّثْبِيتِ، وَطَلَبُ المُشْتَقَّاتِ، وَطَلَبُ الفَرْدِيَّةِ، وَطَلَبِ مُعَدِّلِ الضَّرْبِ، وَطَلَبِ العَدَدِ المُسْتَخْدَمِ.

الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ وَالمُثَبَّتَةُ هِيَ الَّتِي لَا يُمْكِنُ قِسْمَتُهَا بَعْضُهَا عَلَى بَعْضٍ.

وَالجِذْرُ المُشْتَرَكُ (母衍) هُوَ العَدَدُ الوَاحِدُ الَّذِي تُمْكِنُ قِسْمَةُ جَمِيعِ الأَعْدَادِ عَلَيْهِ. وَالمُشْتَقَّاتُ (数衍) هِيَ الأَعْدَادُ الَّتِي يُمْكِنُ قِسْمَتُهَا عَلَى جَمِيعِ الأَعْدَادِ مَعًّا وَاحِدًا. وَالبَاقِي (数奇) هُوَ ذَلِكَ الَّذِي لَا يُقْسَمُ. وَمُعَدِّلُ الضَّرْبِ (率乘) هُوَ الَّذِي عِنْدَ ضَرْبِهِ فِي العَدَدِ البَاقِي يُعْطِي الوَاحِدَ بَعْدَ إِزَالَةِ القَاسِمِ المُثَبَّتِ.

هَذِهِ الطَّرِيقَةُ هِيَ اِكْتِشَافٌ خَاصٌّ بِقِينِ جِيُوشَاو، لَمْ تُذْكَرْ فِي كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ، وَلَمْ يَتَحَدَّثْ عَنْهَا لَالِيُو هُوِي وَلَا زُو جِونْجِ. دِقَّتُهَا تَكْمُنُ فِي طَرِيقَةِ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، الَّتِي تَسْتَطِيعُ أَنْ تَسْتَخْرِجَ مُعَدِّلَ الضَّرْبِ بِأَقْصَى قَاسِمٍ مُشْتَرَكٍ لِعَدَدَيْنِ، حَتَّى إِنَّ مُعَدِّلَ الضَّرْبِ يُضَرَّبُ فِي العَدَدِ الفَرْدِيِّ فَيَكُونُ البَاقِي وَاحِدًا بَعْدَ إِزَالَةِ المُثَبَّتِ.

4.2 The Four Types of Numbers (四华数)

الأَنْوَاعُ الأَرْبَعَةُ مِنَ الأَعْدَادِ

大衍总数术曰：置诸问数，类名有四。

.1 **元数**)元数(-- 谓尾位见单零者。本门揲蓍、酒息、斛粟、砌砖、失米之类是也。This refers to numbers that are integers with no fractional part. Problems involving yarrow stalks, wine interest,

grain measures, brick laying, and lost rice all use this type.

.2 **收数**)收数(-- 谓尾位见分厘者。假令冬至三百六十五日二十五刻，欲与甲子六十日为一会而求积日之类。 This refers to numbers with fractional parts (e.g., 365.25 days). One converts the fractional part to whole numbers by finding a common denominator.

.3 **通数**)通数(-- 谓诸数各有分子分母者。本门问一会积年是也。 This refers to numbers that are all fractions with numerators and denominators. One cross-multiplies to obtain common denominator numbers.

.4 **复数**)复数(-- 谓尾位见十或百及千以上者。本门筑堤并急足之类是也。 This refers to numbers ending in tens, hundreds, or thousands. These require special reduction to obtain the original numbers.

قَالَتْ طَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ العُظْمَى: ضَعْ جَمِيعَ أَعْدَادِ المَسَائِلِ، وَلَهَا أَرْبَعَةُ أَسْمَاءٍ.

.1 الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ (元数) -- وَهِيَ الَّتِي يَظْهَرُ فِي نِهَايَتِهَا صِفْرٌ وَاحِدٌ. مِثْلُ أَعْدَادِ عِيدَانِ الأَرِيكَةِ، وَفَوَائِدِ الخَمْرِ، وَكَيْلِ الحُبُوبِ، وَتَرْصِيصِ الطُّوبِ، وَالأُرُزِّ المَفْقُودِ. وَهِيَ الأَعْدَادُ الصَّحِيحَةُ الَّتِي لَيْسَ لَهَا جُزْءٌ كَسْرِيٌّ.

.2 أَعْدَادُ الجَمْعِ (收数) -- وَهِيَ الَّتِي يَظْهَرُ فِي نِهَايَتِهَا أَجْزَاءٌ مِن عُشْرَةٍ أَو مِن مِئَةٍ. مِثْلُ الدَّوَامَةِ الشِّتَائِيَّةِ ثَلَاثُ مِئَةٍ وَخَمْسَةٌ وَسِتُّونَ يَوْمًا وَخَمْسٌ وَعِشْرُونَ دَقِيقَةً. يُحَوَّلُ الجُزْءُ الكَسْرِيُّ إِلَى أَعْدَادٍ صَحِيحَةٍ بِإِيجَادِ مَقَامٍ مُشْتَرَكٍ.

.3 أَعْدَادُ العَبُورِ (通数) -- وَهِيَ الأَعْدَادُ الَّتِي لِكُلٍّ مِنْهَا بَسْطٌ وَمَقَامٌ. يُضَارَعُ البَسْطُ فِي المَقَامِ لِيُعْطِيَ أَعْدَادًا صَحِيحَةً بِمَقَامٍ مُشْتَرَكٍ.

.4 أَعْدَادُ الإِعَادَةِ (复数) -- وَهِيَ الَّتِي تَنْتَهِي بِعَشَرَاتٍ أَو مِئَاتٍ أَو أُلُوفٍ. تَحْتَاجُ إِلَى تَخْفِيضٍ خَاصٍّ لِاسْتِرْجَاعِ الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ.

4.3 Finding the Definitive Numbers (求定数)

اسْتِخْرَاجُ الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ

元数者：先以两两连环求等，约奇弗约偶。或约得五而彼有十，乃约偶弗约奇。或元数俱偶，约毕可存一位见偶。或皆约而犹有类数存，姑置之，俟与其他约遍而后乃与姑置者求等约之。或诸数皆不可尽类，则以诸元数命曰定数，以复数格入之。

收数者：乃命尾位分厘作单零，以进所问之数，定位讫，用元数格入之。或如意立数为母，收进分厘以从所问，用通数格入之。

通数者：置问数通分纳子，互乘之，皆曰通数。求总等，不约一位，约众位，得各原法数，用元数格入之。或诸母数繁，就分从省通之者，皆不用元，各母仍求总等，存一位约众位，亦各得原法数，亦用元法数格入之。

复数者：问数尾位见十以上者，以诸数求总等，存一位约众位，始得元数。两两连环求等，约奇弗约偶，复乘偶；或约偶弗约奇，弗乘奇。

أَمَّا الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ: أَوَّلاً طَلَبُ المُشْتَرَكِ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَةِ ثُنَائِيًّا، فَتُخَفَّضُ الفَرْدِيَّةُ لاَ الزَّوْجِيَّةُ. إِنْ خُفِّضَتْ إِلَى خَمْسَةٍ وَكَانَتْ هُنَاكَ عَشَرَةٌ، فَخَفِّضِ الزَّوْجِيَّ لاَ الفَرْدِيَّ. إِنْ كَانَتِ الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ كُلُّهَا زَوْجِيَّةً، فَبَعْدَ التَّخْفِيضِ يُمْكِنُ الإِبْقَاءُ عَلَى مَوْضِعٍ وَاحِدٍ زَوْجِيٍّ.

وَأَمَّا أَعْدَادُ الجَمْعِ: فَأَمْرُ نِهَايَةِ الأَجْزَاءِ مِنَ العُشْرَةِ أَوِ المِئَةِ أَنْ تُجْعَلَ صِفْرًا وَاحِدًا، فَيَتَقَدَّمُ عَدَدُ المَسْأَلَةِ.

وَأَمَّا أَعْدَادُ العَبُورِ: ضَعْ أَعْدَادَ المَسَائِلِ فَأَجْرِ عَلَيْهَا عَمَلِيَّةَ جَمْعِ البَسْطِ فِي المَقَامِ، ثُمَّ اِضْرِبْهَا بَعْضَهَا فِي بَعْضٍ، فَكُلُّهَا تُسَمَّى أَعْدَادَ العَبُورِ.

وَأَمَّا أَعْدَادُ الإِعَادَةِ: فَالمَسَائِلُ الَّتِي تَنْتَهِي بِعَشَرَاتٍ فَصَاعِدًا، نَطْلُبُ المُشْتَرَكَ الأَعْظَمَ لِجَمِيعِ الأَعْدَادِ، فَنُبْقِي مَوْضِعًا وَاحِدًا وَنُخَفِّضُ البَاقِيَ، فَنَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ.

4.4 Computing the Derivative Numbers (求衍数、奇数、乘率、用数)

اسْتِخْرَاجُ الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ وَالفَرْدِيَّاتِ وَمُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ وَالأَعْدَادِ المُسْتَخْدَمَةِ

求定数勿使两位见偶，勿使见一太多。见一多则借用繁，不欲借则任得一。

以定相乘为衍母，以各定约衍母，得各衍数。或列各定数于右行，各立天元一为子于左行，以母互乘子，亦得衍数。

次以各定母满去衍数，各余名曰奇数。

用大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求数。

فِي اسْتِخْرَاجِ الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ: لاَ تَجْعَلْ مَوْضِعَيْنِ زَوْجِيَّيْنِ، وَلاَ تَجْعَلِ الوَاحِدَ كَثِيرًا. فَإِنْ كَثُرَتِ الأَوَاحِدُ تَعَقَّدَتِ العَمَلِيَّةُ.

يُضَرَّبُ المُثَبَّتُ فِي بَعْضِهِ لِيُعْطِيَ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ (母衍). ثُمَّ يُقَسَّمُ كُلُّ

مُثبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَكُونُ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ. أَوْ: ضَعِ المُثبَّتَاتِ فِي الصَّفِّ الأَيْمَنِ، وَضَعِ الوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فِي الصَّفِّ الأَيْسَرِ، ثُمَّ اِضْرَبِ البِسَاطَ بَعْضَهُ فِي بَعْضٍ فَتَكُونُ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ.

ثُمَّ تُمْلَأُ كُلُّ مُثبَّتَاتٍ مِنَ الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ، فَيَتَبَقَّى لِكُلِّ وَاحِدٍ عَدَدٌ يُسَمَّى العَدَدَ الفَرْدِيَّ (数奇).

ثُمَّ تُدْخَلُ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، فَنَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلِ الضَّرْبِ. يُضَرَّبُ فِي العَدَدِ المُشْتَقِّ فَيَكُونُ عَدَدًا مُسْتَخْدَمًا.

ثُمَّ تُوضَعُ كُلُّ البَوَاقِي فَتُضَرَّبُ فِي الأَعْدَادِ المُسْتَخْدَمَةِ، فَتُجْمَعُ فَتَكُونُ جُمْلَةً. يُزَالُ مِنْهَا الجِذْرُ المُشْتَرَكُ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ المَطْلُوبُ.

In modern mathematical notation, the Dayan General Method solves the system:

$$\begin{aligned} N &\equiv r_1 \pmod{m_1} \\ N &\equiv r_2 \pmod{m_2} \\ &\vdots \\ N &\equiv r_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

بِالرَّمْزِ الرِّيَاضِيِّ الحَدِيثِ، تَحُلُّ طَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ العُظْمَى النِّظَامَ التَّالِيَ:

The algorithm proceeds as follows:

Step .1 **求定数** (Find Definitive Numbers): Reduce m_i pairwise by their GCD until pairwise coprime.

Step .2 **求衍母** (Derivative Mother): $M = \prod m_i$

Step .3 **求衍数** (Derivative Numbers): $M_i = M/m_i$

Step .4 **求奇数** (Odd Numbers): $g_i = M_i \bmod m_i$

Step .5 **大衍求一** (Finding Unity): Find k_i with $k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$

Step .6 **求用数** (Use Numbers): $u_i = k_i \cdot M_i$

Step .7 **求总数** (Final Answer): $N = \sum r_i \cdot u_i \pmod{M}$

خُطْوَةُ .1: طَلَبُ الأَعْدَادِ المُثبَّتَةِ (数定求): تَخْفِيضُ m_i ثُنَائِيًّا بِأَقْصَى قَاسِمٍ مُشْتَرَكٍ حَتَّى تَصِيرَ مُتَبَادِلِيَّةَ القَاسِمِ الأَعْظَمِ.

خُطْوَةُ .2: طَلَبُ الجِذْرِ المُشْتَرَكِ (母衍求): $M = \prod m_i$

خُطْوَةُ .3: طَلَبُ الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ (数衍求): $M_i = M/m_i$

خُطْوَةُ .4: طَلَبُ الأَعْدَادِ الفَرْدِيَّةِ (数奇求): $g_i = M_i \bmod m_i$

خُطْوَةُ .5: طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ (大衍求一术): إِيجَادُ k_i حَيْثُ $k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$

خُطْوَةُ .6: طَلَبُ الأَعْدَادِ المُسْتَخْدَمَةِ (数用求): $u_i = k_i \cdot M_i$

الحِسَابُ النِّهَائِيُّ (数总求): $N = \sum r_i \cdot u_i \pmod M$:7. خُطْوَةُ

4.5 The Dayan Method for Finding Unity (大衍求一术)

طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لِاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ

大衍求一术云：置奇右上，定居右下。立天元一于左上。先以右行上下两位，以少除多，所得商数，乃递互乘归左行。须使右上末后奇一而止。乃验左上所得，以为乘率。或奇数已见单一者，便为乘率。

In modern terms: Given coprime integers a (the ``odd number'') and $m$ (the ``definitive number''), find k such that:

$$k \cdot a \equiv 1 \pmod{m}$$

This is the modular multiplicative inverse of a modulo m, computed by a variant of the Euclidean algorithm with back-substitution.

按：按求一术之精妙，在于不用互乘相减之繁，而直以递除递乘得之。其法以奇居右上，定居右下，天元一居左上。以右下除右上，得商数，以商数乘左上，归入左下。复以右上之余除右下，得商数，以商数乘左下，归入左上。如此上下递除，左右递乘，必使右上余一而止。此时左上所得，即为乘率。若左上所得甚大，满定母去之，不满者方为正乘率。

此术实为今之连分数求渐近分数之法，亦即欧几里得辗转相除之推广。泰西所谓扩展欧几里得算法，其源实在于此。秦氏独得于心，不藉师传，可谓神矣。

تَقُولُ طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لِاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ: ضَعِ العَدَدَ الفَرْدِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ، وَالمُثَبَّتَ فِي الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ. أَقِمِ الوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ. أَوَّلاً خُذِ الصَّفَّ الأَيْمَنَ الأَعْلَى وَالأَسْفَلَ، فَاقْسِمِ الأَكْبَرَ عَلَى الأَصْغَرِ، فَيَكُونُ النَّاتِجُ هُوَ عَدَدَ القِسْمَةِ. ثُمَّ اِضْرِبْهُ عَلَى التَّبَادُلِ فِي الصَّفِّ الأَيْسَرِ. يَنْبَغِي أَنْ يَكُونَ البَاقِي فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ وَاحِدًا. ثُمَّ تَحَقَّقْ مِمَّا حَصَلْتَ عَلَيْهِ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ فَيَكُونُ مُعَدِّلَ الضَّرْبِ.

بِالأَلْفَاظِ العَصْرِيَّةِ: بِنَاءً عَلَى عَدَدَيْنِ مُتَبَادِلِيَّ القَاسِمِ الأَعْظَمِ a (العَدَدُ الفَرْدِيُّ) وَm (العَدَدُ المُثَبَّتُ)، نَجِدُ k حَيْثُ:

$$k \cdot a \equiv 1 \pmod{m}$$

هَذَا هُوَ الضِّدُّ الضَّرْبِيُّ النُّمُودِجِيُّ لِلعَدَدِ a حَسَبَ الوَحْدَةِ m.

تَعْلِيقُ المُحَرِّرِ: إِنَّ دِقَّةَ طَرِيقَةِ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ تَكْمُنُ فِي عَدَمِ الحَاجَةِ إِلَى التَّبَادُلِ المُرَكَّبِ لِلطَّرْحِ، بَلْ بِالقِسْمَةِ المُتَعَاقِبَةِ وَالضَّرْبِ المُبَاشِرِ. طَرِيقَتُهَا:

ضَع العَدَدَ الفَرْدِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ، وَالمُثَبَّتَ فِي الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ، وَالوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ.

اقْسِمِ الأَعْلَى الأَيْمَنَ عَلَى الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ فَتَحْصُلُ عَلَى نَاتِجِ القِسْمَةِ. اِضْرَبْ نَاتِجَ القِسْمَةِ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ فَتُدْخَلُ فِي الأَسْفَلِ الأَيْسَرِ. ثُمَّ اِقْسِمِ البَاقِيَ الأَعْلَى الأَيْمَنَ عَلَى الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ، فَيَكُونُ نَاتِجُ القِسْمَةِ، فَتَضْرِبُهُ فِي الأَسْفَلِ الأَيْسَرِ فَتُدْخَلَ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ. وَهَكَذَا تَتَعَاقَبُ القِسَمَاتُ عَلَى الأَعْلَى وَالأَسْفَلِ، وَالضَّرْبُ عَلَى الأَيْمَنِ وَالأَيْسَرِ، حَتَّى يَكُونَ البَاقِي فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ وَاحِدًا.

فَمَا يُحْصَلُ عَلَيْهِ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ هُوَ مُعَدِّلُ الضَّرْبِ. إِنْ كَانَ كَبِيرًا جِدًّا فَأَزِلْ المُثَبَّتَ مِنْهُ، فَمَا لَمْ يُمْلَأْ هُوَ مُعَدِّلُ الضَّرْبِ الصَّحِيحُ.

هَذِهِ الطَّرِيقَةُ هِيَ فِي الحَقِيقَةِ طَرِيقَةُ الكُسُورِ المُتَّصِلَةِ لِإِيجَادِ الكُسُورِ المُتَقَرِّبَةِ، أَيْ أَنَّهَا تَعْمِيمٌ لِعَمَلِيَّةِ اقْتِسَامِ أُقْلِيدُسَ المُتَبَادَلِ. إِنَّ مَا يُسَمَّى فِي العَالَمِ الغَرْبِيِّ بِخَوَارِزْمِيَّةِ أُقْلِيدُسَ المُمَدَّدَةِ، أَصْلُهَا فِي الحَقِيقَةِ مِنْ هُنَا. إِنَّ قِين جِيُوشَاو قَدِ اِكْتَشَفَهَا بِنَفْسِهِ دُونَ مُعَلِّمٍ، فَيُمْكِنُ أَنْ تُوصَفَ بِأَنَّهَا إِلْهِيَّةٌ.

5 Problem 1: Shigua Fawei (蓍卦发微)

المَسْأَلَةُ الأُولَى: كَشْفُ أَسْرَارِ الكَشْفِ بِعِيدَانِ الأَرِيكَةِ

问曰:

《易》曰：大衍之数五十，其用四十有九。又曰：分而为二以象两，挂一以象三，揲之以四以象四时，归奇于扐以象闰。五岁再闰，故再扐而后挂。三变而成爻，十有八变而成卦。欲知所衍之术及其数各几何？

The Book of Changes says: ``The number of the Great Derivation is fifty; of these, forty-nine are used.'' It also says: ``Divide into two to symbolize the Two [heaven and earth]; hang one to symbolize the Three [heaven, earth, and man]; count off by fours to symbolize the Four Seasons; return the remainder to symbolize the intercalary month.'' Three changes produce a line; eighteen changes produce a hexagram.

المسألة:

يَقُولُ كِتَابُ التَّغَيُّرَاتِ: ``عَدَدُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى خَمْسُونَ، وَالمُسْتَخْدَمُ مِنْهَا تِسْعَةٌ وَأَرْبَعُونَ.'' وَيَقُولُ أَيْضًا: ``اِقْسِمِ العَدَدَ نِصْفَيْنِ لِتُمَثِّلَ السَّمَاءَ وَالأَرْضَ، وَعَلِّقْ وَاحِدًا لِتُمَثِّلَ الثَّلَاثَةَ (السَّمَاءَ وَالأَرْضَ وَالإِنْسَانَ)، وَاِعْدُدْ بِأَرْبَعَةٍ لِتُمَثِّلَ الفُصُولَ الأَرْبَعَةَ، وَأَرْجِعِ البَاقِيَ لِيُمَثِّلَ الشَّهْرَ الكَبِيسَ.'' ثَلَاثُ تَغَيُّرَاتٍ تُنْتِجُ خَطًّا، وَثَمَانِي عَشْرَةَ تَغَيُّرَةً تُنْتِجُ شَكْلًا سِدَاسِيًّا.

المَطْلُوبُ: مَا هِيَ طَرِيقَةُ الحِسَابِ وَعَدَدُ كُلٍّ وَاحِدٍ؟

答曰:

衍母十二，衍法三。

一元衍数二十四，二元衍数一十二，三元衍数八，四元衍数六。以上四位衍数，计五十一。

一揲用数一十二，二揲用数二十四，三揲用数四，四揲用数九。以上四位用数，计四十九。

الجواب:

الجِذْرُ المُشْتَرَكُ (母衍) هُوَ اثْنَا عَشَرَ، وَقَاعِدَةُ الاِشْتِقَاقِ ثَلَاثَةٌ.

عَدَدُ الوَحْدَةِ الأُولَى المُشْتَقَّ 24، وَعَدَدُ الوَحْدَةِ الثَّانِيَةِ المُشْتَقَّ 12، وَعَدَدُ الوَحْدَةِ الثَّالِثَةِ المُشْتَقَّ 8، وَعَدَدُ الوَحْدَةِ الرَّابِعَةِ المُشْتَقَّ 6. مَجْمُوعُ هَذِهِ الأَرْبَعَةِ أَعْدَادٍ مُشْتَقَّةٍ هُوَ 51.

عَدَدُ الاِسْتِخْدَامِ لِلْقِسْمَةِ الأُولَى: 12، وَلِلثَّانِيَةِ: 24، وَلِلثَّالِثَةِ: 4، وَلِلرَّابِعَةِ: 9. مَجْمُوعُ هَذِهِ الأَرْبَعَةِ أَعْدَادِ اسْتِخْدَامٍ هُوَ 49.

هَذَا هُوَ مَعْنَى قَوْلِهِمْ: ``عَدَدُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى خَمْسُونَ، وَالمُسْتَخْدَمُ مِنْهَا تِسْعَةٌ وَأَرْبَعُونَ.''

术曰:

置诸元数，两两连环求等，约奇弗约偶。遍约毕，乃变元数皆曰定母，列右行。各立天元一为子，列左行。以诸定母互乘左行之子，各得名曰衍数。

次以各定母满去衍数，各余名曰奇数。以奇数与定母用大衍术求一，得各乘率。以乘衍数，各得用数。

验次所揲余几何，以其余数乘诸用数，并之，名曰总数。满衍母去之，不满为所求数。以为实，易以三才为衍法，以法除实所得为象数。如实有余，或一或二，皆命作一，同为象数。

其象数得一为老阳，得二为少阴，得三为少阳，得四为老阴。得老阳画重爻，得少阴画拆爻，得少阳画单爻，得老阴画交爻。凡六画乃成卦。

الطريقة:

ضَعْ جَمِيعَ الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ ثُنَائِيًّا، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ. إِذَا اِنْتَهَى التَّخْفِيضُ، فَحَوِّلِ الأَعْدَادَ الأَصْلِيَّةَ كُلَّهَا إِلَى أَعْدَادٍ مُثَبَّتَةٍ (定母) فِي الصَّفِّ الأَيْمَنِ. أَقِمِ الوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فَرْدًا فِي الصَّفِّ الأَيْسَرِ. ثُمَّ اِضْرِبِ المُثَبَّتَاتِ بَعْضَهَا فِي بَعْضٍ فِي أَبْنَاءِ الصَّفِّ الأَيْسَرِ، فَيُسَمَّى كُلٌّ مِنْهَا عَدَدًا مُشْتَقًّا (衍数).

ثُمَّ أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ، فَيَتَبَقَّى لِكُلِّ عَدَدٍ يُسَمَّى العَدَدَ الفَرْدِيَّ (奇数). بِالعَدَدِ الفَرْدِيِّ وَالمُثَبَّتِ، اُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاِسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلاَتِ الضَّرْبِ. اِضْرِبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَحْصُلُ عَلَى أَعْدَادِ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ كُلَّ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ، فَتُجْمَعُ فَتُسَمَّى جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ مِنْهَا، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ المَطْلُوبُ.

عَدَدُ الصُّورَةِ: إِذَا حَصَلْتَ عَلَى الوَاحِدِ فَهُوَ اليَنَانِيُّ الأَكْبَرُ (阳老)، وَالاِثْنَانِ هِيَ اليَنَانِيَّةُ الأَصْغَرُ (少阴)، وَالثَّلاَثَةُ هُوَ اليَنَانِيُّ الأَصْغَرُ (少阳)، وَالأَرْبَعَةُ هِيَ اليَنَانِيَّةُ الأَكْبَرُ (阴老). سِتَّةُ خُطُوطٍ تُكَوِّنُ شَكْلاً سِدَاسِيًّا.

6 Problem 2: Guli Huiji（古历会积）

问曰：

问古历会积，欲求积年。以历法积元为问，历过无考，但据近世演纪之法，推而上之。

假令治历演纪，上元甲子岁天正冬至十一月甲子日夜半，日月合璧，五星联珠，适为元会。欲求上元积年，其法以岁实、朔策、六十甲子、回归年、交点年诸周期，各以所余分秒推之。今设问数如后：

置岁实三百六十五日二十四刻二十五分（即 365.2425 日），朔策二十九日五十三刻六分（即 29.53059 日），甲子周期六十日，欲求积年之元会。

答曰：

答曰：积年九千一百六十四万二千三百七十七年。

上元距治历之年（淳祐七年，1247 年），积年若干，以历元法推之，得所求积年。

术曰：

术曰：以大衍求之。置元历相关诸周期，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求积年。

المَسْأَلَةُ الثَّانِيَةُ: تَرَاكُمُ التَّقْوِيمِ القَدِيمِ

المسألة:

المَسْأَلَةُ فِي تَرَاكُمِ التَّقْوِيمِ القَدِيمِ، نُرِيدُ إِيجَادَ السِّنِينَ المُتَرَاكِمَةِ. نَأْخُذُ تَرَاكُمَ الدَّوْرَاتِ التَّقْوِيمِيَّةِ كَمَسْأَلَةٍ، وَالتَّقْوِيمُ السَّابِقُ لَيْسَ مَحْفُوظًا، لَكِنَّنَا نَسْتَنْبِطُهُ بِنَاءً عَلَى أُسْلُوبِ العُصُورِ الحَدِيثَةِ.

لِنَفْرِضْ أَنَّنَا نُعِدُّ التَّقْوِيمَ، فَإِنَّ لَحْظَةَ البِدَايَةِ (元上) فِي سَنَةِ جَا تْز (甲子) هِيَ لَحْظَةُ انْقِلَابِ الشِّتَاءِ فِي شَهْرِ تَشْرِينَ الثَّانِي/تِشْرِينَ الثَّانِي عِنْدَ نِصْفِ اللَّيْلِ، حِينَ يَتَحَدَّدُ القَمَرُ وَالشَّمْسُ، وَيَتَصَافُّ الكَوَاكِبُ الخَمْسَةُ، وَهَذِهِ هِيَ اللَّحْظَةُ البَدَائِيَّةُ.

نُرِيدُ إِيجَادَ السِّنِينَ المُتَرَاكِمَةِ مِنَ البِدَايَةِ. الطَّرِيقَةُ: بِالسَّنَةِ الشَّمْسِيَّةِ، وَشَهْرِ القَمَرِ، وَدَوْرَةِ السِّتِّينَ جَا تْز، وَالسَّنَةِ الاستوائيَّةِ، وَسَنَةِ التَّقَاطُعِ.

نَضَعُ السَّنَةَ الشَّمْسِيَّةَ: 365 يَوْمًا وَ2425 جُزْءًا (أَيْ 365.2425 يَوْمًا)، وَشَهْرَ القَمَرِ: 29 يَوْمًا وَ53059 جُزْءًا (أَيْ 29.53059 يَوْمًا)، وَدَوْرَةَ جَا تْز: 60 يَوْمًا. نُرِيدُ إِيجَادَ تَرَاكُمِ السِّنِينَ.

الجواب:

الجَوَابُ: السِّنُونَ المُتَرَاكِمَةُ هِيَ 91,642,377 سَنَةً.

المُدَّةُ مِن لَحْظَةِ البِدَايَةِ إِلَى سَنَةِ إِعْدَادِ التَّقْوِيمِ (السَّنَةُ السَّابِعَةُ مِن عَهْدِ شُونْيُو، 1247 م) تُحْسَبُ بِطَرِيقَةِ مِيلَادِ التَّقْوِيمِ فَنَحْصُلُ عَلَى السِّنِينَ المُتَرَاكِمَةِ.

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ دَوْرَاتِ التَّقْوِيمِ المُتَعَلِّقَةِ بِالأَصْلِ،
وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ، فَتَحْصُلُ عَلَى
الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرِبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.
قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَكُونُ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ. أَزِلْ كُلَّ
مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. اُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ
العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلاَتِ الضَّرْبِ. اِضْرِبْهَا فِي
الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.
ثُمَّ ضَعِ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً.
أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ السِّنُونُ المُتَرَاكِمَةُ المَطْلُوبَةُ.

7 Problem 3: Tuiji Tugong (推计土功)

المَسْأَلَةُ الثَّالِثَةُ: تَقْدِيرُ أَعْمَالِ التُّرَابِ

问曰:

问：四县（甲、乙、丙、丁）共同筑堤，根据各县的物力分配筑堤任务。

- 甲县物力：138,600 贯
- 乙县物力：146,300 贯
- 丙县物力：192,500 贯
- 丁县物力：184,800 贯

筑堤标准：每 770 贯物力分配一名劳动力，每人每天筑堤 60 平方尺。

进度情况：甲县和乙县已完成任务，丙县剩余 51 丈，丁县剩余 18 丈。

又知四县所筑堤段，皆取土方于近处。甲县取土处距堤 120 步，乙县 80 步，丙县 60 步，丁县 40 步。每夫日运土 90 尺，行 60 步。

欲求堤的总长度以及各县所筑长度各几何？

المسألة:

المَسْأَلَةُ: أَرْبَعُ مُدُنٍ (أَلِف، بَاء، جِيم، دَال) تَبْنِي سَدًّا مُشْتَرَكًا، وَتُوَزَّعُ المَهَامُّ حَسَبَ المَوَادِّ المَادِّيَّةِ لِكُلِّ مَدِينَةٍ.

- مَوَادُّ مَدِينَةِ أَلِف: 138,600 سِلْسِلَةً
- مَوَادُّ مَدِينَةِ بَاء: 146,300 سِلْسِلَةً
- مَوَادُّ مَدِينَةِ جِيم: 192,500 سِلْسِلَةً
- مَوَادُّ مَدِينَةِ دَال: 184,800 سِلْسِلَةً

مِعْيَارُ بِنَاءِ السَّدِّ: كُلُّ 770 سِلْسِلَةً مِنَ المَوَادِّ تُخَصَّصُ لِعَامِلٍ وَاحِدٍ، وَكُلُّ عَامِلٍ يَبْنِي 60 قَدَمًا مُرَبَّعَةً يَوْمِيًّا.

حَالَةُ التَّقَدُّمِ: أَكْمَلَتْ مَدِينَتَا أَلِف وَبَاء مُهِمَّتَهُمَا، وَبَقِيَتْ لِمَدِينَةِ جِيم 51 ذِرَاعٍ، وَلِمَدِينَةِ دَال 18 ذِرَاعًا.

وَقَدْ عُلِمَ أَنَّ كُلَّ المُدُنِ تَأْخُذُ التُّرَابَ مِنْ مَكَانٍ قَرِيبٍ: مَدِينَةُ أَلِف عَلَى بُعْدِ 120 خُطْوَةٍ، وَبَاء 80 خُطْوَةً، وَجِيم 60 خُطْوَةً، وَدَال 40 خُطْوَةً. كُلُّ عَامِلٍ يَنْقُلُ 90 قَدَمًا يَوْمِيًّا عَلَى بُعْدِ 60 خُطْوَةٍ.

المَطْلُوبُ: مَا هُوَ الطُّولُ الإِجْمَالِيُّ لِلسَّدِّ وَطُولُ كُلِّ مَدِينَةٍ؟

答曰:

答曰：堤的总长度为 19 里 235 步 5 尺。

各县所筑长度：

- 甲县：7 里 280 步（计 1,260 丈）

- 乙县：5 里 120 步 5 尺 6 寸
- 丙县：4 里 328 步 5 尺 6 寸
- 丁县：与前三县相应，合总 19 里 235 步 5 尺

术曰:

术曰：以大衍求之。置各县物力，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各县余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求堤长。

الجواب:

الجَوَابُ: الطُّولُ الإِجْمَالِيُّ لِلسَّدِّ هُوَ 19 لِيٍّ وَ235 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ.

طُولُ كُلِّ مَدِينَةٍ:

- مَدِينَةُ أَلِف: 7 لِيٍّ وَ280 خُطْوَةً (أَيْ 1,260 ذِرَاعًا)
- مَدِينَةُ بَاء: 5 أَلْيَانٍ وَ120 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ وَ6 أَنْمَاطٍ
- مَدِينَةُ جِيم: 4 أَلْيَانٍ وَ328 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ وَ6 أَنْمَاطٍ
- مَدِينَةُ دَال: تُنَاسِبُ الثَّلَاثَ المُدُنِ الأُخْرَى، وَالمَجْمُوعُ 19 لِيًّا وَ235 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ مَوَادَّ كُلِّ مَدِينَةٍ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرِبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. اُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ. اِضْرِبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ بَوَاقِي كُلِّ مَدِينَةٍ فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ طُولُ السَّدِّ المَطْلُوبُ.

8 Problem 4: Tuiku E Qian (推库额钱)

المَسْأَلَةُ الرَّابِعَةُ: حِسَابُ أَمْوَالِ الخَزِينَةِ

问曰:

问有外邑七库，日纳息足钱适等，递年成贯整纳。近缘见钱希少，听各库照当处市陌准解旧会。

其甲库有零钱一十文，丁、庚二库各零四文，戊库零六文，余库无零钱。甲库所在市陌一十二文，递减一文至庚库而止。

欲求诸库日息原纳足钱、展省及今纳旧会，并大小月分各几何？

المسألة:

المَسْأَلَةُ فِي سَبْعِ خَزَائِنَ فِي مُدُنٍ خَارِجِيَّةٍ، كُلُّهَا تَجْمَعُ فَوَائِدَ يَوْمِيَّةً بِالعُمْلَةِ الكَامِلَةِ بِنَفْسِ المِقْدَارِ. فِي السِّنِينِ المُتَعَاقِبَةِ تُدْفَعُ مِنْ غَيْرِ كَسْرٍ. وَلأَنَّ العُمْلَةَ المُتَدَاوَلَةَ قَلِيلَةٌ حَالِيًّا، فَأُذِنَ لِكُلِّ خَزِينَةٍ أَنْ تُبَدِّلَ عُمْلَتَهَا حَسَبَ سِعْرِ السُّوقِ المَحَلِّيِّ.

خَزِينَةُ أَلِف لَهَا فُلُوسٌ مُتَبَقِّيَةٌ عَشْرَةً، وَخَزِينَتَا دَال وَجِيم لِكُلٍّ مِنْهُمَا أَرْبَعَةٌ، وَخَزِينَةُ وَاو سِتَّةٌ، وَالبَاقِي لاَ يَتَبَقَّى لَهَا شَيْءٌ. سِعْرُ السُّوقِ فِي مَوْضِعِ خَزِينَةِ أَلِف اثْنَا عَشَرَ نُصْفًا، يَنْقُصُ نُصْفًا وَاحِدًا حَتَّى خَزِينَةِ جِيم.

المَطْلُوبُ: مَا هُوَ المِقْدَارُ الأَصْلِيُّ لِلْفَوَائِدِ اليَوْمِيَّةِ، وَالمُحَوَّلُ، وَمَا يُدْفَعُ اليَوْمَ مِنَ الأَوْرَاقِ القَدِيمَةِ؟

答曰:

答曰：诸库纳日息足钱二十贯九百五十文。
展省三十五贯文。
各库旧会：

- 甲库日息旧会：二百二十四贯五百一十文
- 乙库日息旧会：二百四十五贯文
- 丙库日息旧会：二百六十九贯五百文
- 丁库日息旧会：二百九十九贯四百四十文
- 戊库日息旧会：三百三十六贯七百五十文
- 己库日息旧会：三百八十五贯文
- 庚库日息旧会：四百四十九贯一百文

الجواب:

الجَوَابُ: فَوَائِدُ كُلِّ الخَزَائِنِ اليَوْمِيَّةُ بِالعُمْلَةِ الكَامِلَةِ هِيَ 20 سِلْسِلَةً وَ950 نُصْفًا.

المُحَوَّلُ: 35 سِلْسِلَةً.

أَوْرَاقُ كُلِّ خَزِينَةٍ القَدِيمَةُ:

- خَزِينَةُ أَلِف: 224 سِلْسِلَةً وَ510 نُصْفًا
- خَزِينَةُ بَاء: 245 سِلْسِلَةً

- خَزِينَةُ جِيم: 269 سِلْسِلَةً وَ500 نُصْفًا
- خَزِينَةُ دَال: 299 سِلْسِلَةً وَ440 نُصْفًا
- خَزِينَةُ وَاو: 336 سِلْسِلَةً وَ750 نِصْفًا
- خَزِينَةُ هَاء: 385 سِلْسِلَةً
- خَزِينَةُ جِيم: 449 سِلْسِلَةً وَ100 نُصْفًا

9 Problem 5: Fentiao Tuiyuan（分粜推原）

问曰:

有兄弟三人，各将收获之米送往不同的地方：

- 甲将米送往官场粜卖，用官斛量之，余 3 斗 2 升
- 乙将米送往安吉乡粜卖，用安吉斛量之，余 7 斗
- 丙将米送往平江粜卖，用平江斛量之，余 3 斗

官斛每石八斗三升，安吉斛每石一石一斗，平江斛每石一石三斗五升。三人各不知米数，但知其共余之数。欲求三人共收获米数以及各自分米数几何？

答曰:

答曰：三人共收获米 738 石。

各分米数：

- 甲：296 石，粜去 295 石余 3 斗 2 升
- 乙：223 石，粜去 222 石余 7 斗
- 丙：182 石，粜去 181 石余 3 斗

分米总数为 738 石。以三人各分之，各得 246 石为本分。以各斛量之，余数不同，乃以分米粜之，余数如题。

المَسْأَلَةُ الخَامِسَةُ: تَوْزِيعُ الحُبُوبِ

المسألة:

هُنَاكَ ثَلَاثَةُ إِخْوَةٍ، كُلٌّ مِنْهُمْ يُرْسِلُ أَرُزَّهُ المَحْصُودَ إِلَى مَكَانٍ مُخْتَلِفٍ:

- يُرْسِلُ أَلِفُ أَرُزَّهُ إِلَى السُّوقِ الرَّسْمِيَّةِ لِبَيْعِهِ، فَإِذَا قِيسَ بِالكَيْلِ الرَّسْمِيِّ يَتَبَقَّى 3 أَرْتَالٍ وَ2 لِتْرَيْنِ
- يُرْسِلُ بَاء أَرُزَّهُ إِلَى سُوقِ أَنْجِي لِبَيْعِهِ، فَإِذَا قِيسَ بِكَيْلِ أَنْجِي يَتَبَقَّى 7 أَرْتَالٍ
- يُرْسِلُ جِيم أَرُزَّهُ إِلَى سُوقِ بِنْجِيَانْج لِبَيْعِهِ، فَإِذَا قِيسَ بِكَيْلِ بِنْجِيَانْج يَتَبَقَّى 3 أَرْتَالٍ

الكَيْلُ الرَّسْمِيُّ لِكُلِّ شِيكَارٍ 8 أَرْتَالٍ وَ3 لِتْرَاتٍ، وَكَيْلُ أَنْجِي لِكُلِّ شِيكَارٍ 11 أَرْتَالًا، وَكَيْلُ بِنْجِيَانْج لِكُلِّ شِيكَارٍ 13 أَرْتَالًا وَ5 لِتْرَاتٍ. كُلٌّ مِنَ الثَّلَاثَةِ لَا يَعْرِفُ كَمِّيَّةَ أَرُزِّهِ، لَكِنَّهُ يَعْرِفُ البَاقِيَ.

المَطْلُوبُ: كَمِّيَّةُ الأَرُزِّ المَحْصُودَةِ المُشْتَرَكَةِ وَنَصِيبُ كُلٍّ وَاحِدٍ؟

الجواب:

الجَوَابُ: مَجْمُوعُ الأَرُزِّ المَحْصُودِ 738 شِيكَارًا.

术曰:

术曰：以大衍求之。置各斛率（单位：升）：官斛 83 升，安吉斛 110 升，平江斛 135 升。连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求分米率数。以三人因之，得共米数。

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ مَعَايِيرَ كُلِّ كَيْلٍ (بِوَحْدَةِ اللِّتْرِ): الكَيْلُ الرَّسْمِيُّ 83 لِتْرًا، وَكَيْلُ أَنْجِي 110 لِتْرَاتٍ، وَكَيْلُ بِنْجِيَانْجِ 135 لِتْرًا. اِطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَفَضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرِبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاِسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلاَتِ الضَّرْبِ. اِضْرِبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعِ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ عَدَدُ تَقْسِيمِ الأَرُزِّ المَطْلُوبُ. اِضْرِبْهُ فِي ثَلاَثَةٍ فَتَحْصُلُ عَلَى مَجْمُوعِ الأَرُزِّ.

نَصِيبُ كُلِّ وَاحِدٍ:

- أَلِف: 296 شِيكَارًا، بَاعَ 295 شِيكَارًا وَبَقِيَتْ 3 أَرْطَالٌ وَ2 لِتْرَانِ
- بَاء: 223 شِيكَارًا، بَاعَ 222 شِيكَارًا وَبَقِيَتْ 7 أَرْطَالٍ
- جِيم: 182 شِيكَارًا، بَاعَ 181 شِيكَارًا وَبَقِيَتْ 3 أَرْطَالٌ

مَجْمُوعُ الأَرُزِّ المُقَسَّمِ هُوَ 738 شِيكَارًا. إِذَا اِقْتَسَمَهَا الثَّلاَثَةُ، فَكُلٌّ مِنْهُمْ يَحْصُلُ عَلَى 246 شِيكَارًا كَنَصِيبٍ أَصْلِيٍّ.

10 Problem 6: Chengxing Jidi (程行计地)

المَسْأَلَةُ السَّادِسَةُ: حِسَابُ مَسَافَةِ الرِّحْلَةِ

问曰:

军师派遣三名急足（甲、乙、丙）分别前往都下报捷。

- 甲每天行 300 里
- 乙每天行 240 里
- 丙每天行 180 里

甲提前数日申未到，乙后数日未正到，丙今日辰末到。

欲知从军前到都下的距离以及三人各自行走的天数几何？

المسألة:

يُرْسِلُ القَائِدُ العَسْكَرِيُّ ثَلَاثَةَ سُعَاةٍ (أَلِف، بَاء، جِيم) إِلَى العَاصِمَةِ لِنَشْرِ أَخْبَارِ النَّصْرِ.

- أَلِف يَمْشِي 300 لِيًّا يَوْمِيًّا
- بَاء يَمْشِي 240 لِيًّا يَوْمِيًّا
- جِيم يَمْشِي 180 لِيًّا يَوْمِيًّا

أَلِف وَصَلَ قَبْلَ بِضْعَةِ أَيَّامٍ، وَبَاء وَصَلَ بَعْدَهُ بِأَيَّامٍ، وَجِيم وَصَلَ اليَوْمَ.

المَطْلُوبُ: مَا هِيَ المَسَافَةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ، وَكَمْ يَوْمًا مَشَى كُلُّ وَاحِدٍ؟

答曰:

答曰：从军前到都下的距离为 3,300 里。

- 甲行 11 天
- 乙行 13 天 4 时（乙于未正到，后于甲 2 日 4 时）
- 丙行 18 天 2 时（丙于辰末到，后于甲 7 日 2 时）

الجواب:

الجَوَابُ: المَسَافَةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ هِيَ 3,300 لِيًّا.

- أَلِف سَارَ 11 يَوْمًا
- بَاء سَارَ 13 يَوْمًا وَ4 سَاعَاتٍ (وَصَلَ بَعْدَ أَلِف بِيَوْمَيْنِ وَ4 سَاعَاتٍ)
- جِيم سَارَ 18 يَوْمًا وَسَاعَتَيْنِ (وَصَلَ بَعْدَ أَلِف بِـ 7 أَيَّامٍ وَسَاعَتَيْنِ)

术曰:

术曰：以大衍求之。置三人日行里数，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数（时差所当之里数）乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求距离。

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ مَا يَمْشِيهِ الثَّلاثَةُ يَوْمِيًّا مِنَ الأَيَّامِ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ.

اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ. قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. اُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلاَتِ الضَّرْبِ. اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي (الَّتِي تُسَاوِي أَيَّانَ الفَرْقِ الزَّمَانِيِّ) فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ المَسَافَةُ المَطْلُوبَةُ.

11 Problem 7: Chengxing Xiangji (程行相及)

المَسْأَلَةُ السَّابِعَةُ: التَّقَابُلُ فِي الرِّحْلَةِ

问曰:

问：甲、乙、丙三人同行赴都。甲日行 80 里，乙日行 70 里，丙日行 60 里。甲先至某驿，留停若干日，然后复行；乙后甲一日而发，丙又后乙一日而发。甲留停之日，恰等于乙丙后发之日数。三人适同时至都。

欲求军前至都之总里数，及甲留停之日数、乙丙后发之日数各几何？又三人各行之日数及所过驿数各几何？

المسألة:

المَسْأَلَةُ: أَلِف وَبَاء وَجِيم يُسَافِرُونَ مَعًا إِلَى العَاصِمَةِ. أَلِف يَمْشِي 80 لِيًّا يَوْمِيًّا، وَبَاء يَمْشِي 70 لِيًّا يَوْمِيًّا، وَجِيم يَمْشِي 60 لِيًّا يَوْمِيًّا. يَصِلُ أَلِفُ أَوَّلًا إِلَى مَحَطَّةٍ مَا، فَيَتَوَقَّفُ أَيَّامًا، ثُمَّ يَسْتَأْنِفُ. يَنْطَلِقُ بَاء بَعْدَ أَلِف بِيَوْمٍ وَاحِدٍ، وَجِيم يَنْطَلِقُ بَعْدَ بَاء بِيَوْمٍ. أَيَّامُ تَوَقُّفِ أَلِف تُسَاوِي عَدَدَ أَيَّامِ تَأَخُّرِ بَاء وَجِيم. يَصِلُ الثَّلَاثَةُ إِلَى العَاصِمَةِ فِي نَفْسِ الوَقْتِ.

المَطْلُوبُ: المَسَافَةُ الإِجْمَالِيَّةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ، وَعَدَدُ أَيَّامِ تَوَقُّفِ أَلِف، وَعَدَدُ أَيَّامِ تَأَخُّرِ بَاء وَجِيم. وَكَمْ يَوْمًا سَارَ كُلُّ وَاحِدٍ؟

答曰:

答曰：军前至都之总里数为 8,400 里。

甲留停之日数为 2 日，乙后发 1 日，丙后发 2 日。

三人各行之日数：

- 甲行 105 日，留停 2 日，共 107 日
- 乙行 120 日，共 120 日
- 丙行 140 日，共 140 日

الجواب:

الجَوَابُ: المَسَافَةُ الإِجْمَالِيَّةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ هِيَ 8,400 لِيًّا.

عَدَدُ أَيَّامِ تَوَقُّفِ أَلِف يَوْمَانِ، وَبَاء تَأَخَّرَ يَوْمًا وَاحِدًا، وَجِيم تَأَخَّرَ يَوْمَيْنِ.

أَيَّامُ سَيْرِ كُلِّ وَاحِدٍ:

- أَلِف سَارَ 105 أَيَّامٍ، وَتَوَقَّفَ يَوْمَيْنِ، وَالمَجْمُوعُ 107 أَيَّامٍ
- بَاء سَارَ 120 يَوْمًا، وَالمَجْمُوعُ 120 يَوْمًا
- جِيم سَارَ 140 يَوْمًا، وَالمَجْمُوعُ 140 يَوْمًا

12 Problem 8: Jichi Xunyuan (积尺寻源)

المَسْأَلَةُ الثَّامِنَةُ: اِسْتِقْصَاءُ المَقَادِيرِ مِنَ الحَجْمِ

问曰:

问欲砌基一段，见管大小方砖六门城砖四色。令匠取便，或平或侧，只用一色砖砌，须要适足。匠以砖量地计料，称用：

- 大方：广多六寸，深少六寸
- 小方：广多二寸，深少三寸
- 城砖：长广多三寸，深少一寸
- 六门砖：长广多三寸，深多一寸

皆不合匝，未免修破砖料裨补。其四色砖尺寸：

- 大方：方一尺三寸
- 小方：方一尺一寸
- 城砖：长一尺二寸，阔六寸，厚二寸五分
- 六门砖：长一尺，阔五寸，厚二寸

欲知基深广几何？

المسألة:

يُرِيدُ أَحَدُنَا بِنَاءَ قَاعِدَةٍ، وَلَدَيْهِ أَرْبَعَةُ أَنْوَاعٍ مِنَ الطُّوبِ: طُوبٌ كَبِيرٌ مُرَبَّعٌ، وَطُوبٌ صَغِيرٌ مُرَبَّعٌ، وَطُوبُ سُورِ المَدِينَةِ ذُو سِتَّةِ أَبْوَابٍ، وَطُوبُ أَرْبَعَةِ أَلْوَانٍ. يَأْمُرُ البَنَّاءَ أَنْ يَسْتَخْدِمَ نَوْعًا وَاحِدًا مِنَ الطُّوبِ فَقَطْ، إِمَّا مُسَطَّحًا أَوْ عَلَى جَانِبِهِ، لِيَكُونَ كُلُّ شَيْءٍ مُنَاسِبًا.

حِسَابَاتُ البَنَّاءِ:

- الطُّوبُ الكَبِيرُ: العَرْضُ يَزِيدُ 6 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَنْقُصُ 6 أَنْمَاطٍ
- الطُّوبُ الصَّغِيرُ: العَرْضُ يَزِيدُ 2 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَنْقُصُ 3 أَنْمَاطٍ
- طُوبُ السُّورِ: الطُّولُ وَالعَرْضُ يَزِيدَانِ 3 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَنْقُصُ نَمَطًا
- طُوبُ الأَبْوَابِ: الطُّولُ وَالعَرْضُ يَزِيدَانِ 3 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَزِيدُ نَمَطًا

لَمْ يَكُنْ أَيٌّ مِنْهَا مُنَاسِبًا، فَاحْتِيجَ إِلَى كَسْرِ بَعْضِ الطُّوبِ لِلتَّعْدِيلِ.

أَبْعَادُ أَنْوَاعِ الطُّوبِ الأَرْبَعَةِ:

- الطُّوبُ الكَبِيرُ: مُرَبَّعٌ 13 نَمَطًا
- الطُّوبُ الصَّغِيرُ: مُرَبَّعٌ 11 نَمَطًا
- طُوبُ السُّورِ: طُولُ 12 نَمَطٍ، وَعَرْضُ 6 أَنْمَاطٍ، وَسُمْكُ 2.5 نَمَطٍ
- طُوبُ الأَبْوَابِ: طُولُ 10 أَنْمَاطٍ، وَعَرْضُ 5 أَنْمَاطٍ، وَسُمْكُ 2 نَمَطَيْنِ

المَطْلُوبُ: مَا هُوَ عُمْقُ وَعَرْضُ القَاعِدَةِ؟

答曰:
答曰：深三丈七尺一寸，广一丈二尺三寸。
以四色砖量之皆合匝，无修破砖料之弊。

الجواب:
الجَوَابُ: العُمْقُ ثَلَاثَةُ أَرْشُنٍ وَسَبْعَةُ أَقْدَامٍ وَنَمَطٌ وَاحِدٌ (37.1 قَدَمًا)،
وَالعَرْضُ أَرْشُنٌ وَقَدَمَانِ وَثَلَاثَةُ أَنْمَاطٍ (12.3 قَدَمًا).
بِقِيَاسِ الأَرْبَعَةِ أَنْوَاعِ الطُّوبِ كُلُّهَا مُنَاسِبَةٌ، وَلَيْسَ هُنَاكَ حَاجَةٌ لِكَسْرِ الطُّوبِ.

术曰:
术曰：以大衍求之。置四色砖尺寸及所余尺寸，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。
次置各余数（广多、深少之数）乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为基之深广。

الطريقة:
الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ أَبْعَادَ أَنْوَاعِ الطُّوبِ الأَرْبَعَةِ وَالبَوَاقِي، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، نَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ.
اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ. قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. اُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ.
ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي (الزِّيَادَةُ فِي العَرْضِ، وَالنُّقْصَانُ فِي العُمْقِ) فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ عُمْقُ وَعَرْضُ القَاعِدَةِ.

13 Problem 9: Yumi Tuishu (余米推数)

问曰:

问：有米不知总数，以三器量之，各余若干。今有米若干石，以甲器量之，每箩三石量之，余二石；以乙器量之，每箩五石量之，余三石；以丙器量之，每箩七石量之，余二石。

欲求米之总数几何？

答曰:

答曰：米总数 23 石。

以三器量之：

- 每箩三石量之，余二石：$23 = 7 \times 3 + 2$
- 每箩五石量之，余三石：$23 = 4 \times 5 + 3$
- 每箩七石量之，余二石：$23 = 3 \times 7 + 2$

皆合题设之数。

术曰:

术曰：以大衍求之。置各器容量为问数（元数）：三石、五石、七石。连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求米数。

此问之数，即《孙子算经》所谓 ``物不知数" 之问。秦氏大衍术能通其理而广其用，不特三、五、七，即百千万数亦可求之。

المَسْأَلَةُ التَّاسِعَةُ: تَعْيِينُ كَمِّيَّةِ الأُرُزِّ البَاقِيَةِ

المسألة:

هُنَاكَ كَمِّيَّةُ أُرُزٍّ لاَ نَعْرِفُ مَجْمُوعَهَا. نَقُومُ بِكَيْلِهَا بِثَلاَثَةِ مَكَايِيلَ، وَلِكُلٍّ بَاقِيَةٌ. نَأْخُذُ الأُرُزَّ فَنَكِيلُهُ بِمِكْيَالِ أَلِف: كُلَّ ثَلاَثَةِ أَشِكَّارٍ يَبْقَى شِيكَارَانِ. وَبِمِكْيَالِ بَاء: كُلَّ خَمْسَةِ أَشِكَّارٍ يَبْقَى ثَلاَثَةٌ. وَبِمِكْيَالِ جِيم: كُلَّ سَبْعَةِ أَشِكَّارٍ يَبْقَى شِيكَارَانِ.

المَطْلُوبُ: كَمِّيَّةُ الأُرُزِّ الإِجْمَالِيَّةُ؟

الجواب:

الجَوَابُ: مَجْمُوعُ الأُرُزِّ 23 شِيكَارًا.

بِالكَيْلِ بِالثَّلاَثَةِ مَكَايِيلَ:

- كُلَّ ثَلاَثَةِ أَشِكَّارٍ نَكِيلُ فَيَبْقَى شِيكَارَانِ: $23 = 7 \times 3 + 2$
- كُلَّ خَمْسَةِ أَشِكَّارٍ نَكِيلُ فَيَبْقَى ثَلاَثَةٌ: $23 = 4 \times 5 + 3$
- كُلَّ سَبْعَةِ أَشِكَّارٍ نَكِيلُ فَيَبْقَى شِيكَارَانِ: $23 = 3 \times 7 + 2$

كُلُّ ذَلِكَ يُطَابِقُ الأَعْدَادَ المَطْلُوبَةَ فِي المَسْأَلَةِ.

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ سِعَةَ كُلِّ مِكْيَالٍ كَعَدَدٍ لِلمَسْأَلَةِ (العَدَدُ الأَصْلِيُّ): ثَلَاثَةُ أَشْكَارٍ، وَخَمْسَةٌ، وَسَبْعَةٌ. اِطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، نَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. اُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ. اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ كَمِّيَّةُ الأُرُزِّ المَطْلُوبَةُ.

هَذِهِ المَسْأَلَةُ هِيَ نَفْسُهَا مَا يُسَمَّى فِي كِتَابِ ``سُنْزِي سُوَانْ جِنْغ" (كِتَابِ حِسَابِ الجَدِّ) بِـ``المَسْأَلَةِ الَّتِي لَا نَعْرِفُ فِيهَا عَدَدَ الأَجْسَامِ". إِنَّ طَرِيقَةَ قِين جِيُوشَاو العُظْمَى تَسْتَطِيعُ فَهْمَ مَبْدَئِهَا وَتَوْسِيعَ مَنَافِعِهَا، فَلَيْسَتْ مَحْصُورَةً فِي 3 وَ5 وَ7، بَلْ أَيْضًا مِئَاتُ الأَلَافِ وَالأَرْقَامُ الكَبِيرَةُ يُمْكِنُ إِيجَادُهَا.

Editorial Commentary on Problem 9

*按：*按余米推数之问，即《孙子算经》卷下第 26 问 ``今有物不知其数" 之问也。孙子设三、五、七为问，答以二十三，术曰：三三数之剩二，置一百四十；五五数之剩三，置六十三；七七数之剩二，置三十。并之得二百三十三，以二百一十减之即得。凡三三数之剩一，则置七十；五五数之剩一，则置二十一；七七数之剩一，则置十五。一百六以上，以一百五减之即得。

孙子之术，暗合大衍之理，然未能明言其立法之原。秦氏乃阐发其奥，著为大衍求一术、大衍总数术，使天下之物不知数者皆有定法可求。不特三、五、七，即元数之繁者、收数之细者、通数之分者、复数之巨者，皆可一以贯之。此秦氏之独造，非前人之所能及也。

其大衍求一术，置奇右上，定居右下，天元一于左上，递互除乘，使右上余一而止。此法与泰西之连分数法、扩展欧几里得算法本质相同，而秦氏早于西方数百年发之。可谓中国数学之瑰宝也。

تَعْلِيقُ المُحَرِّرِ: مَسْأَلَةُ تَعْيِينِ كَمِّيَّةِ الأُرُزِّ البَاقِيَةِ هِيَ نَفْسُ المَسْأَلَةِ رَقْم 26 فِي الجُزْءِ الأَخِيرِ مِنْ كِتَابِ ``سُنْزِي سُوَانْ جِنْغ" (كِتَابِ حِسَابِ الجَدِّ)، الَّتِي تَنُصُّ: ``لَدَيْنَا جِسْمٌ لاَ نَعْرِفُ عَدَدَهُ". وَضَعَ سُنْزِي الأَرْقَامَ 3 وَ5 وَ7 كَمَسْأَلَةٍ، وَكَانَتِ الإِجَابَةُ 23. وَقَالَتْ طَرِيقَتُهُ: إِذَا عُدَّ ثَلاثًا ثَلاثَةً وَبَقِيَ اثْنَانِ، فَضَعْ 140. وَإِذَا عُدَّ خَمْسًا خَمْسَةً وَبَقِيَ ثَلاثَةٌ، فَضَعْ 63. وَإِذَا عُدَّ سَبْعَةً سَبْعَةً وَبَقِيَ اثْنَانِ، فَضَعْ 30. اِجْمَعْهَا فَتَكُونُ 233، وَاطْرَحْ مِنْهَا 210 فَتَحْصُلُ عَلَى المَطْلُوبِ.

طَرِيقَةُ سُنْزِي تُطَابِقُ مَبْدَأَ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى ضِمْنِيًّا، لَكِنَّهُ لَمْ يَسْتَطِعْ شَرْحَ أَصْلِ تَأْسِيسِهَا. فَقِين جِيُوشَاو هُوَ الَّذِي وَضَحَ أَسْرَارَهَا، وَأَلَّفَ مِنْهَا طَرِيقَةَ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى، وَطَرِيقَةَ جَمْعِ الأَعْدَادِ الكُلِّيَّةِ، حَتَّى صَارَتْ كُلُّ مَسَائِلِ ``الأَجْسَامِ غَيْرِ المَعْلُومَةِ" لَهَا طَرِيقَةٌ مُحَدَّدَةٌ يُمْكِنُ البَحْثُ بِهَا. وَلَيْسَتِ الأَرْقَامُ 3 وَ5 وَ7 فَحَسْبُ، بَلْ أَيْضًا الأَعْدَادُ المُعَقَّدَةُ وَالدَّقِيقَةُ وَالكَسْرِيَّةُ وَالضَّخْمَةُ، جَمِيعُهَا يُمْكِنُ حَلُّهَا. وَهَذَا اِخْتِرَاعٌ خَاصٌّ بِقِين جِيُوشَاو لَمْ يَسْبِقْهُ إِلَيْهِ أَحَدٌ.

إِنَّ طَرِيقَتَهُ لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى: يُوضَعُ الفَرْدِيُّ فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ، وَالمُثَبَّتُ فِي الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ، وَالوَاحِدُ السَّمَاوِيُّ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ. ثُمَّ تَتَعَاقَبُ القِسَمَاتُ وَالضَّرْبَاتُ حَتَّى يَصِلَ البَاقِي فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ إِلَى الوَاحِدِ. هَذِهِ الطَّرِيقَةُ فِي جَوَاهِرِهَا مُطَابِقَةٌ لِطَرِيقَةِ الكُسُورِ المُتَّصِلَةِ فِي العَالَمِ الغَرْبِيِّ وَخَوَارِزْمِيَّةِ أُقْلِيدُسَ المُمَدَّدَةِ. وَقَدْ اِكْتَشَفَهَا قِين جِيُوشَاو قَبْلَ الغَرْبِ بِعِدَّةِ قُرُونٍ. فَهِيَ حَقًّا مِنْ جَوَاهِرِ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ.

14 Mathematical Analysis of the Dayan Method

التَّحْلِيلُ الرِّيَاضِيُّ لِطَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى

14.1 The Chinese Remainder Theorem

مُبَرْهَنَةُ البَوَاقِي الصِّينِيَّةُ

The Dayan method solves systems of simultaneous linear congruences. Given a set of pairwise coprime moduli $m_1, m_2, \ldots, m_n$ and remainders $r_1, r_2, \ldots, r_n$, find N such that:

$$\begin{aligned} N &\equiv r_1 \pmod{m_1} \\ N &\equiv r_2 \pmod{m_2} \\ &\vdots \\ N &\equiv r_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

تَحُلُّ طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى نِظَامَ المُعَادَلَاتِ التَّبَادُلِيَّةِ الخَطِّيَّةِ. فَإِذَا أُعْطِيَتْ مَجْمُوعَةٌ مِنَ الوَحْدَاتِ $m_1, m_2, \ldots, m_n$ مُتَبَادِلِيَّةِ القَاسِمِ الأَعْظَمِ وَبَوَاقِيهَا $r_1, r_2, \ldots, r_n$، نَجِدُ N حَيْثُ:

$$\begin{aligned} N &\equiv r_1 \pmod{m_1} \\ N &\equiv r_2 \pmod{m_2} \\ &\vdots \\ N &\equiv r_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

14.2 Qin Jiushao’s Algorithm

خَوَارِزْمِيَّةُ قِين جِيُوشَاو

Step :1 Definitive Numbers)求定数.(Given the original numbers)元数,(reduce them pairwise using the greatest common divisor until pairwise coprime. The rule ``约奇弗约偶" (reduce the odd one, not the even one) ensures the product will have unique factorization.

Step :2 Derivative Mother)求衍母.(Compute $M = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$.

Step :3 Derivative Numbers)求衍数.(Compute $M_i = M/m_i$ for each i.

Step :4 Odd Numbers)求奇数.(Compute $g_i = M_i \bmod m_i$.

Step :5 Finding Unity)大衍求一术.(For each i, find k_i such that:

$$k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$$

This is the modular multiplicative inverse.

Step :6 Use Numbers)求用数.(Compute $u_i = k_i \cdot M_i$.

Step :7 Final Computation. The solution is:

$$N = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot u_i \pmod{M}$$

الخُطْوَةُ الأُولَى: الأَعْدَادُ المُثَبَّتَةُ (数定求). بِنَاءً عَلَى الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ (数元)، خَفِّضْهَا ثُنَائِيًّا بِاسْتِخْدَامِ أَقْصَى قَاسِمٍ مُشْتَرَكٍ حَتَّى تَصِيرَ مُتَبَادِلِيَّةَ القَاسِمِ الأَعْظَمِ. قَاعِدَةُ ``خَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ" (偶约弗奇约) تَضْمَنُ أَنَّ المَحْصُولَ سَيَكُونُ لَهُ تَجْزِئَةٌ وَحِيدَةٌ.

الخُطْوَةُ الثَّانِيَةُ: الجِذْرُ المُشْتَرَكُ (母衍求). حَسَابُ $M = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$.

الخُطْوَةُ الثَّالِثَةُ: الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ (数衍求). حَسَابُ $M_i = M/m_i$ لِكُلِّ i.

الخُطْوَةُ الرَّابِعَةُ: الأَعْدَادُ الفَرْدِيَّةُ (数奇求). حَسَابُ $g_i = M_i \bmod m_i$.

الخُطْوَةُ الخَامِسَةُ: اسْتِخْرَاجُ الوَحْدَةِ (大衍求一术). لِكُلِّ i، إِيجَادُ k_i حَيْثُ:

$$k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$$

وَهَذَا هُوَ العَدَدُ الضِّدُّ التَّضَاعُفِيُّ النُّمُودِجِيُّ.

الخُطْوَةُ السَّادِسَةُ: أَعْدَادُ الاِسْتِخْدَامِ (数用求). حَسَابُ $u_i = k_i \cdot M_i$.

الخُطْوَةُ السَّابِعَةُ: الحِسَابُ النِّهَائِيُّ. الحَلُّ هُوَ:

$$N = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot u_i \pmod{M}$$

14.3 Historical Significance

الأَهَمِّيَّةُ التَّارِيخِيَّةُ

Qin Jiushao's method predated similar European work by several centuries. The algorithm for finding modular inverses (大衍求一术) is essentially the extended Euclidean algorithm. The method was later applied by Guo Shoujing (郭守敬) to astronomy, by Li Ye (李冶) to geometry, and was transmitted to Europe where it became known as the ``Chinese Remainder Theorem."

Gauss gave the first complete treatment in Europe in his *Disquisitiones Arithmeticae* (1801), calling it the ``problem of finding a number that, when divided by given numbers, leaves given remainders." The theorem is now recognized as one of the fundamental results in number theory.

> 独大衍法不载九章，未有能推之者。历家演法颇用之，以为方程者，误也。
>
> ``*The Dayan method alone is not recorded*

in the Nine Chapters, and no one has been able to expound it. Calendar-makers have used it extensively in their computations, but those who consider it as [solving] systems of equations are mistaken." --- Qin Jiushao, Preface to the *Shuxue Jiuzhang*

سَبَقَتْ طَرِيقَةُ قِين جِيُوشَاو الأَعْمَالَ الأُورُوبِيَّةَ المُشَابِهَةَ بِعِدَّةِ قُرُونٍ.
إِنَّ خَوَارِزْمِيَّةَ إِيجَادِ الأَعْدَادِ الضِّدِّيَّةِ النُّودِجِيَّةِ (大衍求一术) هِيَ فِي جَوَاهِرِهَا خَوَارِزْمِيَّةُ أُقْلِيدُسَ المُمَدَّدَةِ. وَقَدْ طُبِّقَتِ الطَّرِيقَةُ لاحِقًا عَلَى يَدِ جُو شُوشِنْج فِي عِلْمِ الفَلَكِ، وَعَلَى يَدِ لِي يِه فِي عِلْمِ الهندسَةِ، ثُمَّ نُقِلَتْ إِلَى أُورُوبَّا حَيْثُ أَصْبَحَتْ مَعْرُوفَةً بِاسْمِ ``مُبَرْهَنَةِ البَوَاقِي الصِّينِيَّةِ."
أَعْطَى غَاوْسُ أَوَّلَ مُعَالَجَةٍ كَامِلَةٍ فِي أُورُوبَّا فِي كِتَابِهِ *Disquisitiones Arithmeticae* (عَام 1801)، وَسَمَّاهَا ``مَشْكَلَةَ إِيجَادِ عَدَدٍ الَّذِي عِنْدَ قِسْمَتِهِ عَلَى أَعْدَادٍ مُعْطَاةٍ، يَتْرُكُ بَوَاقِيَ مُعْطَاةٍ." وَالآنَ تُعْتَبَرُ هَذِهِ المُبَرْهَنَةُ مِنَ النَّتَائِجِ الأَسَاسِيَّةِ فِي نَظَرِيَّةِ الأَعْدَادِ.

> وَحْدَهَا طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لَمْ تُذْكَرْ فِي كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ، وَلَمْ يَكُنْ هُنَاكَ مَنْ يَسْتَطِيعُ اسْتِنْبَاطَهَا. أَهْلُ التَّقَاوِيمِ اسْتَخْدَمُوهَا كَثِيرًا فِي حِسَابَاتِهِمْ، لَكِنَّ مَنْ ظَنَّهَا مُعَادَلَاتٍ فَقَدْ أَخْطَأَ.
> --- قِين جِيُوشَاو، مُقَدِّمَةُ شُو شُو جِوْ جَانْغ

About This Bilingual Edition

This bilingual edition presents Fascicle I of Qin Jiushao's *Shuxue Jiuzhang* (Mathematical Treatise in Nine Sections), covering the Dayan category)大衍类(with its nine problems on the Chinese Remainder Theorem and related indeterminate analysis.

This is a **Chinese → Arabic bilingual facing-page translation edition**, preserving the traditional structure of:

- 问)*wen*(-- The problem statement
- 答)*da*(-- The numerical answer
- 术)*shu*(-- The general method and algorithm
- 草)*cao*(-- The detailed working

The famous Problem 9)余米推数(presents the complete solution to the classic ``unknown quantity'' problem, which first appeared in the *Sunzi Suanjing*)孙子算经, c. 3rd--5th century CE).

Key Arabic Mathematical Terminology Used:

- ``大衍'' → الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى)*al-tariqa al-kubra*(
- ``求一术'' → طَرِيقَةُ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ)*tariqat istikhraj al-wahda*(
- ``定数'' → الأَعْدَادُ المُثَبَّتَةُ)*al-a'dad al-muthabata*(
- ``衍数'' → الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ)*al-a'dad al-mushtaqqa*(
- ``衍母'' → الجِذْرُ المُشْتَرَكُ)*al-jadhr al-mushtarak*(
- ``奇数'' → الأَعْدَادُ الفَرْدِيَّةُ)*al-a'dad al-fardiyya*(
- ``乘率'' → مُعَدِّلَاتُ الضَّرْبِ)*mu'adilat al-darb*(
- ``用数'' → أَعْدَادُ الاِسْتِخْدَامِ)*a'dad al-istikhdam*(
- ``问'' → المَسْأَلَةُ)*al-mas'ala*(
- ``答'' → الجَوَابُ)*al-jawab*(
- ``术'' → الطَّرِيقَةُ)*al-tariqa*(

The source text is based on the Siku Quanshu)四库全书(edition as preserved in the Chinese Textual Tradition, with cross-references to the Yijia Tang)宜稼堂(edition.

تُقَدِّمُ هَذِهِ الطَّبْعَةُ الثُّنَائِيَّةُ الجُزْءَ الأَوَّلَ مِنْ كِتَابِ شُو شُو جِو جَانْغ (الأَقْسَامُ التِّسْعَةُ فِي العُلُومِ الرِّيَاضِيَّةِ) لِقِين جِيُوشَاو، وَهُوَ يُغَطِّي فَصْلَ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى

(类衍大) مَعَ تِسْعِ مَسَائِلَ فِي مُبَرْهَنَةِ البَوَاقِي الصِّينِيَّةِ وَالتَّحْلِيلِ المُحَدَّدِ المِثَالِ.
هَذِهِ طَبْعَةٌ ثُنَائِيَّةٌ وَجْهَةٌ بِوَجْهَةٍ: صِينِيَّةٌ وَعَرَبِيَّةٌ، تَحْفَظُ الهَيْكَلَ التَّقْلِيدِيَّ:

- المَسْأَلَةُ (问) -- نَصُّ المَسْأَلَةِ
- الجَوَابُ (答) -- الإِجَابَةُ الرَّقْمِيَّةُ
- الطَّرِيقَةُ (术) -- الأُسْلُوبُ العَامُّ
- العَمَلُ المُفَصَّلُ (草) -- الشَّرْحُ العَمَلِيُّ

المَسْأَلَةُ التَّاسِعَةُ الشَّهِيرَةُ (余米推数) تُقَدِّمُ الحَلَّ الكَامِلَ لِمَسْأَلَةِ ``العَدَدِ غَيْرِ المَعْلُومِ"، الَّتِي ظَهَرَتْ أَوَّلَ مَرَّةٍ فِي كِتَابِ سُنْزِي سُوَانْ جِنْغْ (كِتَابِ حِسَابِ الجَدِّ، حَوَالَي القُرْنِ 3--5 مِيلَادِيًّا).
المُصْطَلَحَاتُ الرِّيَاضِيَّةُ العَرَبِيَّةُ الرَّئِيسَةُ الَّتِي اِسْتُخْدِمَتْ:

- الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى (衍大)
- طَرِيقَةُ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ (术一求)
- الأَعْدَادُ المُثَبَّتَةُ (数定)
- الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ (数衍)
- الجِذْرُ المُشْتَرَكُ (母衍)
- الأَعْدَادُ الفَرْدِيَّةُ (数奇)
- مُعَدِّلَاتُ الضَّرْبِ (率乘)
- أَعْدَادُ الاِسْتِخْدَامِ (数用)
- المَسْأَلَةُ (问)
- الجَوَابُ (答)
- الطَّرِيقَةُ (术)

النَّصُّ الأَصْلِيُّ مُسْتَوْحًى مِنْ طَبْعَةِ ``سِيكُو تْشُوَانْ شُو" (四库全书) الَّتِي وُرِثَتْ فِي التَّقْلِيدِ الكِتَابِيِّ الصِّينِيِّ.

Technical Notes / مَلَاحِظَاتٌ تِقْنِيَّةٌ

- Typeset with XeTeX
- Chinese font: SimSun
- Arabic font: Noto Naskh Arabic
- The traditional structure of 问, 答, 术, and 草

has been preserved

- Mathematical notation follows modern conventions alongside traditional Chinese terminology
- Arabic text uses RTL (right-to-left) typesetting with TeX--XeT mechanism
- Two-column layout via `paracol` package: Chinese left, Arabic right

- ضُبِطَ بِXeTeX
- الخَطُّ الصِّينِيُّ: SimSun
- الخَطُّ العَرَبِيُّ: Arabic Naskh Noto
- لَمْ يَتَغَيَّرْ الهَيْكَلُ التَّقْلِيدِيُّ لِلمَسْأَلَةِ وَالجَوَابِ وَالطَّرِيقَةِ وَالعَمَلِ المُفَصَّلِ
- الرَّمْزُ الرِّيَاضِيُّ يَتْبَعُ الأَعْرَافَ الحَدِيثَةَ جَانِبًا لِلطَّرِيقَةِ الصِّينِيَّةِ التَّقْلِيدِيَّةِ
- النَّصُّ العَرَبِيُّ يَسْتَخْدِمُ التَّضْبِيطَ مِنَ اليَمِينِ إِلَى اليَسَارِ بِآلِيَّةِ TeX--XeT
- التَّصْمِيمُ ثُنَائِيُّ الأَعْمِدَةِ: الصِّينِيَّةُ يَسْرَةً وَالعَرَبِيَّةُ يَمْنَةً

Further Reading / قِرَاءَاتٌ إِضَافِيَّةٌ

- Libbrecht, U. *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century*. MIT Press, 1973.
- Qian, Baocong. *Zhongguo Shuxue Shi* (中国数学史). Science Press, 1964.
- Martzloff, J.-C. *A History of Chinese Mathematics*. Springer, 1997.
- Guo, Shuchun. *Shuxue Jiuzhang Jiaozheng* (数书九章校证). Shaanxi Science and Technology Press, 2004.

- لِيبْرِيشْت، أُ. -- الرِّيَاضِيَاتُ الصِّينِيَّةُ فِي القَرْنِ الثَّالِثَ عَشَرَ، مَطْبَعَةُ مِيتْشِيغَنْ، 1973
- چِيَانْ، بَاوچُونْج -- تَارِيخُ الرِّيَاضِيَاتِ فِي الصِّينِ، دَارُ العُلُومِ، 1964
- مَارْتْلُوفْ، ج.ش. -- تَارِيخُ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ، سْبْرِنْجِرْ، 1997
- جُوَوْ، شُوچُونْ -- تَدْقِيقُ كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ فِي الرِّيَاضِيَاتِ، شَانْشِي، 2004

Chinese → Arabic Bilingual Translation Edition

طَبْعَةٌ ثُنَائِيَّةُ اللُّغَةِ: الصِّينِيَّةُ وَالعَرَبِيَّةُ

Typeset in LaTeX --- 2026

欽定四庫全書

子部

數學九章

卷二—天時類

تسعة فصول في الفن الرياضي

السماء أنماط— الثاني الجزء

宋　秦九韶　撰

(1202–1261)

تشين جيوشاو • عالم رياضيات صيني من عصر سونغ
تشونيو) عهد من السابعة (السنة 1247م سنة كتابه أتمّ

Qin Jiushao — Shuxue Jiuzhang, Fascicle 2

Tian Shi Lei — Heavenly Patterns / Calendar, Astronomy & Weather

依《欽定四庫全書》本

卷二上：推氣治歷、治歷推閏、治歷演紀、綴術推星、揆日究微（五問）
卷二下：天池測雨、圓罌測雨、峻積驗雪、竹器驗雪（四問）

الجزء الثاني (أعلى): حساب التقويم وعلم الفلك —5 مسائل
مسائل 4— والثلج المطر قياس (أسفل): الثاني الجزء

Contents

天時類序 / 引言

天時類者，數學九章之第二卷也。凡九問，分為二類：上卷五問，論推步治曆、候星揆影之事；下卷四問，論天池圓罌測雨、峻積竹器驗雪之法。
秦九韶自序其書曰：「大則可以通神明，順性命；小則可以经世务，类万物。」此卷九問，實以數術推天時，為農事所繫，其用至重。

«أنماط السماء» (تيان شي لِيْ) هو الجزء الثاني من تسعة فصول في كتاب تشين جيوشاو «الرسالة الرياضية في تسعة فصول» (شوشيو جيوجانغ). يحتوي هذا الجزء على تسع مسائل مقسمة إلى قسمين:
كميات وقياس 5)، إلى 1 (المسائل الفلكية والتنبؤات التقويم حساب 9). إلى 6 (المسائل والثلج المطر
المتجذر الأعداد، «فنّ (1247م): كتابه مقدمة في جيوشاو تشين كتب يمكنه الكبير جانبه في نهاية. بلا ويدور الواحد يولّد العظيم، الفراغ في شؤون تدبير يمكنه الصغير جانبه وفي للقدر، والامتثال الإلهي إلى النفاذ ضحل أنه على إليه يُنظر فكيف آلاف. العشرة الأشياء وتصنيف الدنيا ضيق؟» أو

此卷所用之法，大要有三：曰通積術，求諸周之公倍也；曰招差術，推日月五星之變行也；曰調日法，齊曆法之疏密也。三者皆中國古代天文數學之精髓。

تبيّن المسائل التسع في هذا الجزء التطبيق العملي للتقنيات الرياضية في إصلاح التقويم وحركة الكواكب والقياسات الجوية —وهي مواضيع حيوية للمجتمع الزراعي.
هي: المستخدمة الرئيسية الطرائق
المشتركة. الدورات لإيجاد (تونغجي): **العام التجميع طريقة**
المنتظمة. غير الفلكية للحركات (جاوتشا): **الاستكمال**
التقويم. لتعديلات فا): ري (تياوْ **المعادلة تقنية**

卷二上—(القسم الأعلى) الجزء الثاني

第一問：推氣治歷—المسألة الأولى: حساب «تشي» وتنظيم التقويم

第一問：太史觀天，慶元四年戊午歲冬至三十九日九十二刻四十五分，紹定三年庚寅歲冬至三十二日九十四刻一十二分。今欲知嘉泰甲子歲氣骨、歲餘、斗分各幾何？

السؤال —: رصد فلكيّ البلاط الإمبراطوري السماء: في السنة الرابعة من تشينغيوان (1198م، سنة وو-وو)، كان الانقلاب الشتوي عند 39 يوماً و92 «كه» و45 «فِنْ». وفي السنة الثالثة من شاودينغ (1230م، سنة غنغ-ين)، كان الانقلاب الشتوي عند 32 يوماً و94 «كه» و12 «فِنْ». يُراد إيجاد «عظم التشي» (تشيغو) و«فائض السنة» (سويْيو) و«كسر الدلو» (دوفِنْ) للسنة الوسيطة جياتاي جياتسي (1204م).

按：按：紹定三年庚寅冬至，實紹定四年辛卯之歲首也。辛卯去戊午三十四年，即積三十三年。

ملاحظة المحقق: الانقلاب الشتوي لسنة غنغ-ين في شاودينغ الثالثة يمثّل فعلياً بداية السنة الرابعة من شاودينغ (سنة شين-ماو). بين شين-ماو ووو-وو 34 سنة، أي 33 سنة متراكمة.

答曰：氣骨一十一日三十八刻二十分八十一杪八十小分；歲餘五日二十四刻二十九分三十杪三十小分；斗分〇日二十四刻二十九分三十杪三十小分。

الجواب: عظم التشي: 11 يوماً، 38 «كه»، 20 «فِنْ»، 81 «مياو»، 80 كسراً صغيراً. فائض السنة: 5 أيام، 24 «كه»، 29 «فِنْ»، 30 «مياو»، 30 كسراً صغيراً. كسر الدلو: 0 يوم، 24 «كه»، 29 «فِنْ»، 30 «مياو»، 30 كسراً صغيراً.

術曰：以兩測之年差為法。置前測之日刻分，以後測之日刻分減之，餘為率。（不減，加紀策）。遞以紀策累加之，務令合天道，取五日以上為實。以法除實，得歲餘。去全分，餘為斗分。以歲餘乘前測至所求中積之年數，併入前測日刻分，滿紀策去之，餘為所求氣骨。

الطريقة: خذ فرق السنوات بين الرصدين كقاسم. ضع أيام وكه وفِنْ الرصد الأول، واطرح منها أيام وكه وفِنْ الرصد الثاني؛ الباقي هو المعدّل. (إن لم يكفِ الطرح، أضف «جي-تسه»). أضف «جي-تسه» تكراراً حتى يوافق طريق السماء —خذ عدداً فوق 5 أيام كمقسوم. اقسم المقسوم على القاسم للحصول على فائض السنة. أزل الأيام الكاملة؛ والباقي هو كسر الدلو. اضرب فائض السنة في عدد السنوات من الرصد الأول إلى السنة المطلوبة، وأضفه إلى أيام وكه وفِنْ الرصد الأول، وأزل «جي-تسه» الكاملة؛ والباقي هو عظم التشي المطلوب.

按：氣骨者，自冬至距夜半後甲子日之时刻也。歲餘者，歲周減六甲之餘也。斗分者，歲周減三百六十五日之餘也。此術尚未知歲實之確數，故以兩測氣骨之差為實，積年為法。

ملاحظة المحقق: عظم التشي هو الأيام والكسور من الانقلاب الشتوي إلى يوم جياتسي بعد منتصف الليل. فائض السنة هو الباقي حين يُنقص طول السنة الشمسية بمقدار ست دورات جياتسي. كسر الدلو هو الباقي حين يُنقص طول السنة الشمسية بمقدار 365 يوماً. هذه الطريقة لا تعرف بعد الطول الدقيق للسنة الشمسية، لذلك تستخدم فرق عظمي التشي المرصودين كمقسوم والسنوات المتراكمة كقاسم.

第二問：治歷推閏—المسألة الثانية: تنظيم التقويم والأشهر الكبيسة

第二問：開禧曆，以嘉泰四年甲子歲天冬至一十一日，日辰乙亥，四十四刻六十一分五十四杪；十一月經朔一日，日辰乙丑，七十五刻五十五分六十二杪。問：閏骨、閏率各幾何？

السؤال ـ: في تقويم كايشي، بأخذ السنة الرابعة من جياتاي (1204م، سنة جياتسي): الانقلاب الشتوي السماوي عند 11 يوماً، رمز اليوم يي-هاي، 44 «كه»، 61 «فِنْ»، 54 «مياو»؛ والمحاق الجديد للشهر الحادي عشر عند يوم واحد، رمز اليوم يي-تشو، 75 «كه»، 55 «فِنْ»، 62 «مياو». السؤال: ما هو «عظم الكبيسة» (رون غو) و«معدّل الكبيسة» (رون لوْ)؟

答曰：閏骨九日六十九刻五分九十一杪，餘一百二十一（以一百六十九分為法）；閏骨率一十六萬三千七百七十一。

الجواب: عظم الكبيسة: 9 أيام، 69 «كه»، 5 «فِنْ»، 91 «مياو»، مع باقٍ (كسراً 169)/121. معدّل الكبيسة: 163,771.

術曰：以日法通氣朔之日刻分杪，各為氣骨、朔骨之通分。氣骨通分以約率約之，適盡者可用；或不盡，圓徑以下在一刻內者，亦可用。乃以減朔骨通分，餘為閏骨率。以日法除之，得閏骨策。

الطريقة: خذ «عامل اليوم» (ري فا) لتحويل أيام وكه وفِنْ ومياو التشي والمحاق إلى كسور عظم التشي وعظم المحاق على التوالي. كسر عظم التشي، حين يُختزل بمعدّل التقريب، إن قُسم بالضبط يكون صالحاً للاستخدام؛ أو إن كان الباقي بعد التقريب أقل من «كه» واحد فيصلح أيضاً. ثم اطرح من كسر عظم المحاق؛ والباقي هو معدّل عظم الكبيسة. اقسم على عامل اليوم للحصول على «تسه» عظم الكبيسة.

按：若以朔骨通分徑減氣骨通分，餘為九日六十九刻五分九十二杪，即閏骨策。原草僅差四十八分之一百六十九分。其不徑減而以通分、約率、乘除往復者，蓋為後續諸算之便也。

ملاحظة المحقق: لو طرحنا كسر المحاق مباشرة من كسر الانقلاب الشتوي، لكان الباقي 9 أيام و69 «كه» و5 «فِنْ» و92 «مياو» —وهو «تسه» عظم الكبيسة. الحل الأصلي لا يختلف إلا بمقدار (كسراً 169)/48. السبب في عدم الطرح المباشر واستخدام المقامات المشتركة والتقريب والضرب والقسمة المتكررة هو تسهيل الحسابات اللاحقة.

第三問：治歷演紀 — المسألة الثالثة: اشتقاق حسابات حقبة التقويم

第三問： 開禧曆積年七百八十四萬一千一百八十三。今欲知演紀之術：調日法，求朔餘、朔率、斗分、歲率、歲閏、入元歲、入閏、朔定骨、閏泛骨、閏縮、紀率、氣元率、元閏、元數、氣等率、因率、蔀率、朔等數、因數、蔀數、朔積年，凡二十三事。各幾何？

答曰：（選錄要項）日法一萬六千九百；朔餘八千九百六十七；朔率四十九萬九千六十七；斗分即二十四刻二十九分三十杪三十小分；歲率六百一十七萬二千六百八；歲閏二萬七百二十八；入元歲九千二百四十；入閏三萬一千六十八。

術曰： 以大衍術求氣分、朔分、紀分、衍母、正用。以衍母除氣分，得積年；除朔分，得積月；除紀分，得積紀。各以六十乘之，得積日。以氣骨乘紀正用，得紀總；以閏骨乘朔正用，得朔總。併二總，滿衍母去之，餘為所求率實。以氣分除之，得歷過之年；以減積年，得未至之年。

按： 此問全用大衍求一術，以解同餘式組，施用於治曆。所算二十三率，備成開禧曆元之全體，自天文觀測而推得曆元諸數。

السؤال ٣: في تقويم كايشي عدد السنوات المتراكمة هو 7,848,183. يُراد معرفة اشتقاق هذا الحساب: تعديل عامل اليوم، وإيجاد فائض المحاق، ومعدّل المحاق، وكسر الدلو، ومعدّل السنة، وكبيسة السنة، وسنة الدخول، ودخول الكبيسة، وعظم المحاق الثابت، وعظم الكبيسة العائم، وانكماش الكبيسة، ومعدّل الجي، ومعدّل أصل التشي، وكبيسة الأصل، وعدد الأصل، ومعدّل تساوي التشي، ومعدّل السبب، ومعدّل البو، وعدد تساوي المحاق، وعدد السبب، وعدد البو، والسنوات المتراكمة للمحاق — 23 عنصراً في المجموع. ما قيمة كلٍّ منها؟

الجواب: (نتائج رئيسية مختارة:) عامل اليوم: 16,900. فائض المحاق: 8,967. معدّل المحاق: 499,067. كسر الدلو: يعادل 24 «كه» و29 «فِنْ» و30 «مياو» و30 كسراً صغيراً. معدّل السنة: 6,172,608. كَبِيسة السنة: 20,728. سنة الدخول: 9,240. دخول الكبيسة: 31,068.

الطريقة: استخدم طريقة دايان لإيجاد كسر التشي وكسر المحاق وكسر الجي والأم المشتقة (يانمو) وجميع أعداد الاستخدام الصحيح. اقسم الأم المشتقة على كسر التشي للحصول على السنوات المتراكمة؛ وعلى كسر المحاق للحصول على الأشهر المتراكمة؛ وعلى كسر الجي للحصول على الجي المتراكمة. اضرب كلاً منها في 60 للحصول على الأيام المتراكمة. اضرب عظم التشي في الاستخدام الصحيح للجي للحصول على مجموع الجي؛ واضرب عظم الكبيسة في الاستخدام الصحيح للمحاق للحصول على مجموع المحاق. اجمع المجموعين، وأزل الأمهات المشتقة الكاملة؛ والباقي هو مقسوم المعدّل المطلوب. اقسم على كسر التشي للحصول على سنوات «التقويم الماضية»؛ واطرح من السنوات المتراكمة للحصول على السنوات التي لم تُبلغ بعد.

ملاحظة المحقق: تُظهر هذه المسألة القوة الكاملة لطريقة تشين جيوشاو «دايان» لحل أنظمة التطابقات، مطبّقة هنا على حساب التقويم. الكميات الثلاث والعشرون المحسوبة تشكّل نظاماً كاملاً لاشتقاق معايير حقبة تقويم كايشي من الأرصاد الفلكية.

第四問：綴術推星—المسألة الرابعة: حساب حركة الكواكب

第四問：歲星合伏段，一十六日九十分，行三度九十分，去日一十三度乃見。然後順行一百一十三日，一十七度八十三分，乃留。欲知：合伏段、晨疾初段之常度、初行率、末行率、平行率，各幾何？

السؤال 四: نجم السنة (المشتري) في مرحلة الاقتران-الاختفاء: بعد 16 يوماً و90 «فِنْ»، يتحرك 3 درجات و90 «فِنْ»، ويبتعد 13 درجة عن الشمس قبل أن يظهر. ثم يسير مباشرة لمدة 113 يوماً و17 درجة و83 «فِنْ» قبل أن يتوقف. يُراد معرفة: مرحلة الاقتران-الاختفاء، والمرحلة الأولى للسرعة الصباحية، والدرجة الثابتة، ومعدّل الحركة الأولي، ومعدّل الحركة النهائي، ومعدّل الحركة المتوسط —ما قيمة كلٍّ منها؟

術曰：（綴術）合伏段者，常度為總日數，初行率為總行度數，末行率等于初行率減日差乘（日數減一）。晨疾初段者，常度為所給日數，初行率為前段之末行率，末行率等于初行率減日差乘（日數減一）。平行率者，併初末二率而半之，即得平行率。

الطريقة: (طريقة جُوي شو): لمرحلة الاقتران-الاختفاء: الدرجة الثابتة هي إجمالي عدد الأيام. معدّل الحركة الأولي هو إجمالي الدرجات المقطوعة. معدّل الحركة النهائي يساوي المعدّل الأولي ناقصاً الفرق اليومي مضروباً في (عدد الأيام 1−). لمرحلة السرعة الصباحية الأولى: الدرجة الثابتة هي عدد الأيام المعطى. المعدّل الأولي هو المعدّل النهائي للمرحلة السابقة. المعدّل النهائي يساوي المعدّل الأولي ناقصاً الفرق اليومي مضروباً في (عدد الأيام 1−). لمعدّل الحركة المتوسط: اجمع المعدّلين الأولي والنهائي وانصفهما؛ فتحصل على المعدّل المتوسط.

按：五星之行，有遲疾逆順，非均加速也。此術僅取合伏、見段之中數，而以遞加遞減求逐日之行率。古法之疏，於五星尤著。原草語多隱奧，今詳釋之，以見古今疏密之比。

ملاحظة المحقق: حركات الكواكب الخمسة تتضمن تسارعاً وتباطؤاً غير منتظمين. الطريقة هنا تأخذ فقط القيم الوسطى لمرحلتي الاقتران-الاختفاء والظهور المباشر، ثم تستخدم الجمع والطرح المتتابعين لاشتقاق معدّل الحركة اليومي. تقريب الطريقة القديمة واضح بشكل خاص للكواكب الخمسة. لغة النص الأصلي كانت غامضة في معظمها؛ والشرح التفصيلي التالي يكشف المقارنة بين الدقة القديمة والحديثة.

草曰：合伏段：常度一十六日九十分；初行率二十二分七杪；末行率二十一分九十六杪；平行率約二十二分。晨疾初段：常度三十日；初行率二十一分九十六杪；日差一十一杪二十三分六十六小杪。

الحل: الحسابات الرئيسية: مرحلة الاقتران-الاختفاء: الدرجة الثابتة: 16 يوماً و90 «فِنْ». المعدّل الأولي: 22 «فِنْ» و7 «مياو». المعدّل النهائي: 21 «فِنْ» و96 «مياو». المعدّل المتوسط: حوالي 22 «فِنْ» (بعد التقريب). مرحلة السرعة الصباحية الأولى: الدرجة الثابتة: 30 يوماً. المعدّل الأولي: 21 «فِنْ» و96 «مياو». الفرق اليومي: 11 «مياو» و23 «فِنْ» صغيرة و66 «مياو» صغيرة.

第五問：揆日究微—المسألة الخامسة: قياس ظلّ الشمس

第五問：歷代測景，唯唐大衍曆最密。本朝崇天曆測陽城：冬至影一丈二尺七寸一分五十杪，夏至影一尺四寸七分七十杪，與大衍曆合。今開禧曆測臨安府：冬至影一丈八寸二分二十五杪，夏至影九寸一分。問：臨安夏至後幾日，其影與陽城夏至影等？又與大衍曆影較之，相差幾何？

السؤال 五: من بين جميع قياسات الظلّ التاريخية، كان تقويم تانغ «دايان» الأكثر دقة. تقويم «تشونغتيان» لهذه الأسرة الحاكمة يعطي لمدينة يانغتشنغ: ظلّ الانقلاب الشتوي: 1 «جانغ» و2 «تشي» و7 «تسون» و1 «فِنْ» و50 «مياو»، وظلّ الانقلاب الصيفي: 1 «تشي» و4 «تسون» و7 «فِنْ» و70 «مياو». وهذه توافق تقويم دايان. الآن تقويم كايشي يعطي لمدينة لينآن: ظلّ الانقلاب الشتوي: 1 «جانغ» و8 «تسون» و2 «فِنْ» و25 «مياو»، وظلّ الانقلاب الصيفي: 9 «تسون» و1 «فِنْ». يُراد إيجاد: بعد كم يوم من الانقلاب الصيفي في لينآن يتساوى الظلّ مع ظلّ الانقلاب الصيفي في يانغتشنغ؟ وكم الفرق مقارنة بظلّ تقويم دايان؟

答曰：大暑後五日午正，影長一尺四寸八分八十五杪（半）。影差六寸一分二十九杪（少）。

الجواب: بعد خمسة أيام من «الحرّ الشديد» عند الظهيرة، طول الظلّ: 1 «تشي» و4 «تسون» و8 «فِنْ» و85 «مياو» (نصف). فرق الظلّ: 6 «تسون» و1 «فِنْ» و29 «مياو» (أقل).

術曰：用乘法，以節率入之。置臨安所測冬至影長，減夏至影長，餘為景差，以為實。置象限度（九十一度三十一分四十四杪），加一十一度二十五分二十七秒半；以度為寸，得一百〇二寸五千六百七十一分五十杪為法。以法除實，得〇點九六六四……；棄餘數，自乘得節泛數九千四百分。以各節氣乘法率乘之，加夏至影冪，開方得各節氣影長。

الطريقة: استخدم طريقة معدّل الضرب، مع إدخال معدّل الفصل. ضع ظلّ الانقلاب الشتوي المقاس في لينآن، واطرح ظلّ الانقلاب الصيفي؛ الباقي هو فرق الظلّ، ويُؤخذ كمقسوم. ضع درجة الربع (91 درجة و31 «فِنْ» و44 «مياو»)، وأضف 11 درجة و25 «فِنْ» و27.5 «فِنْ» صغيرة؛ باعتبار الدرجات «تسون»، تحصل على 102 «تسون» و5671.5 «فِنْ» و50 «مياو» كقاسم. اقسم المقسوم على القاسم فتحصل على 0.9664...؛ أهمل الباقي وربّع الناتج للحصول على العدد العائم للفصل: 9,340 «فِنْ». اضرب في معدّلات الضرب لكل فصل شمسي، وأضف مربع ظلّ الانقلاب الصيفي، واستخرج الجذر التربيعي للحصول على طول ظلّ كل فصل شمسي.

按：各節氣之影長，當時實測而定，原不必算。此術故為繁難，以惑學者。細考之：以象限度加一十一度有餘為法，以景差除之而後自乘，得節率。每節氣有乘法率，以節率乘之，加夏至影冪，即為各節氣之影冪。故節率者，人為析出之數也。

ملاحظة المحقق: كان يمكن تحديد طول ظلّ كل فصل شمسي بالقياس الفعلي في ذلك الوقت دون الحاجة إلى حساب. الطريقة المقدّمة هنا تخلق الغموض عمداً لإحيار القارئ. الفحص الدقيق يُظهر: درجة الربع مضافاً إليها أكثر من 11 درجة تُؤخذ كقاسم؛ فرق الظلّ مقسوماً على هذا ثم مربّعاً يعطي معدّل الفصل. لكل فصل شمسي معدّل ضرب؛ ضرب معدّل الفصل في هذا وإضافة قوة ظلّ الانقلاب الصيفي يعطي قوة ظلّ كل فصل. إذن معدّل الفصل هو عدد مستخلص اصطناعياً.

卷二下—(القسم الأسفل) الجزء الثاني

第六問：天池測雨—المسألة السادسة: قياس المطر بحوض «البركة السماوية»

第六問：今州郡皆有天池盆以測雨，然人但知盆中之水即所受之雨，而不知器之圓弇各有所受，不可徑以盆測為平地之雨。設盆口徑二尺八寸，底徑一尺二寸，深一尺八寸，接雨水深九寸。問：平地雨深幾何？

السؤال ٦: في يومنا هذا، كل ولاية ومقاطعة لديها حوض «البركة السماوية» لقياس مياه المطر. لكن الناس يعرفون فقط أن الماء في الحوض يساوي المطر المستقبَل، ولا يفهمون أن أشكال الأوعية المختلفة تستقبل كميات مختلفة من المطر—لذلك لا يمكن اعتبار قياس الحوض مباشرة كمقدار المطر على الأرض المسطحة. لنفترض أن الحوض له: قطر الفوهة: 2 «تشي» و8 «تسون» (28 «تسون»)، قطر القاع: 1 «تشي» و2 «تسون» (12 «تسون»)، العمق: 1 «تشي» و8 «تسون» (18 «تسون»)، عمق مياه المطر بداخله: 9 «تسون». ما عمق المطر المكافئ على الأرض المسطحة؟

答曰：平地雨深**三寸**。

الجواب: عمق المطر على الأرض المسطحة: **3 «تسون».**

術曰：用圓錐術：以口徑乘底徑，又各自乘，併三數。以半深乘之，又以十一乘、七除，得下積。以半深加雨深，以減全深，得上深。以底徑減口徑，以上深乘之。以半深乘之，加口徑乘半深，得面率。以面率除半深，得水面徑。續以乘除，求得雨水之積，以口冪（平方三倍）除之，得平地雨深。

الطريقة: استخدم طريقة المخروط الدائري: اضرب قطر الفوهة في قطر القاع، وربّع كلاً منهما أيضاً؛ اجمع هذه القيم الثلاث. اضرب في نصف العمق؛ ثم اضرب في 11 واقسم على 7 للحصول على الحجم السفلي. خذ نصف العمق مضافاً إليه عمق المطر، واطرح من العمق الكلي للحصول على العمق العلوي. اطرح قطر القاع من قطر الفوهة؛ اضرب الباقي في العمق العلوي. اضرب في نصف العمق، وأضف الناتج إلى قطر الفوهة مضروباً في نصف العمق، للحصول على معدّل السطح. اقسم معدّل السطح على نصف العمق للحصول على قطر سطح الماء. تابع بمزيد من الضرب والقسمة لعزل حجم المطر، ثم اقسم على مساحة الفوهة (مربعة ومضروبة في ثلاثة) للحصول على عمق المطر على الأرض المسطحة.

按：天池盆者，圓錐之截頭也。以雨積除以口面積，即得平地雨深。其術以圓錐台體積之術推之，而歸於平地之算。

ملاحظة المحقق: حوض البركة السماوية هو جذع مخروط. حجم المطر المجموع هو:

$$V_{\text{مطر}} = \frac{\pi h_{\text{مطر}}}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right)$$

حيث R هو نصف القطر العلوي، وr نصف القطر السفلي، و$h_{\text{مطر}}$ عمق المطر. القسمة على مساحة الفوهة πR^2 تعطي عمق المطر المكافئ على الأرض المسطحة.

第七問：圓罌測雨—المسألة السابعة: قياس المطر بوعاء مستدير

第七問：以圓罌受雨，口徑一尺五寸（一尺五分寸?），腹徑二尺四寸，底徑八寸，深一尺六寸，接雨水深一尺二寸。用密率入圓冪，問：平地雨深幾何？

答曰：平地雨深**一尺八寸，又七百四十分之六百八十三寸**。（校正值）

術曰：以底徑乘腹徑，又各自乘，併三數。以半器深乘之；以十一乘、四十二除，得下積。以半器深加雨深，以減全深，得上深。以腹徑減口徑，以上深乘之。以半深乘之，加口徑乘半深，得面率。以面率乘腹率，又各自乘併之；以十一乘、四十二除，得上率。併二率（上下）為雨積實。以口徑平方之三倍除之，得平地雨深。

按：原題云「密率入圓冪」，與求平地雨深無涉。若求器中雨積，則此言為當。原草有誤，今以正術列之。

السؤال ٧٤: باستخدام وعاء مستدير (يوان يينغ) لجمع المطر: قطر الفوهة: 1 «تشي» و5 «فِنْ» (10.5 «تسون»)، قطر البطن: 2 «تشي» و4 «تسون» (24 «تسون»)، قطر القاع: 8 «تسون»، العمق: 1 «تشي» و6 «تسون» (16 «تسون»)، عمق مياه المطر بداخله: 1 «تشي» و2 «تسون» (12 «تسون»). باستخدام «المعدّل الكثيف» ($\pi \approx 22/7$) لحسابات الدائرة، ما عمق المطر على الأرض المسطحة؟

الجواب: عمق المطر على الأرض المسطحة: **1 «تشي» و8 «تسون» زائد $\frac{6483}{74088}$ «تسون».** (القيمة المصححة من المحقق.)

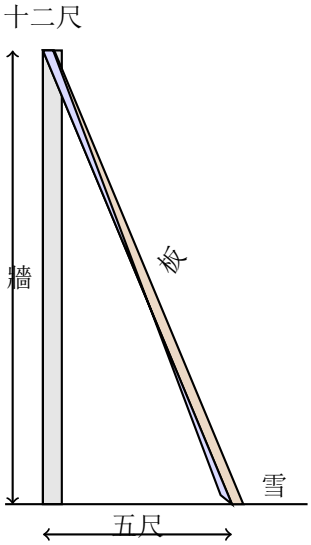
الطريقة: اضرب قطر القاع في قطر البطن، وربّع كلاً منهما أيضاً؛ اجمع هذه القيم الثلاث. اضرب في نصف عمق الوعاء؛ اضرب في 11 واقسم على 42 للحصول على الحجم السفلي. خذ نصف عمق الوعاء مضافاً إليه عمق المطر، واطرح من العمق الكلي للحصول على العمق العلوي. اطرح قطر البطن من قطر الفوهة؛ اضرب الباقي في العمق العلوي. اضرب في نصف العمق؛ أضف قطر الفوهة مضروباً في نصف العمق للحصول على معدّل السطح. اضرب معدّل السطح في معدّل البطن؛ وربّع كلاً منهما واجمع؛ اضرب في 11 واقسم على 42 للحصول على المعدّل العلوي. اجمع المعدّلين (العلوي والسفلي) للحصول على إجمالي حجم المطر كمقسوم. اقسم على ثلاثة أضعاف مربع قطر الفوهة للحصول على عمق المطر على الأرض المسطحة.

ملاحظة المحقق: عبارة المسألة الأصلية تذكر «المعدّل الكثيف لحساب الدائرة» وهو لا علاقة له بإيجاد عمق المطر على الأرض المسطحة. لو كان المطلوب حجم المطر في الوعاء، لكانت هذه العبارة مناسبة. كانت هناك أخطاء في الحساب الأصلي؛ والطريقة أعلاه تقدّم الحل المصحح.

第八問：峻積驗雪—المسألة الثامنة: التحقق من تراكم الثلج

第八問：驗雪占年：牆高一丈二尺，以板倚之，去址五尺，板末與牆齊。雪積板上厚四寸，峻處薄而平處厚。問：平地雪厚幾何？

السؤال ٨: للتحقق من الثلج للتنبؤ بالمحصول: جدار ارتفاعه 1 «جانغ» و2 «تشي» (12 «تشي»). لوح يُسند إليه، وقاعدته على بُعد 5 «تشي» من أسفل الجدار، وطرفه العلوي بمستوى قمة الجدار. يتراكم الثلج على اللوح بسُمك 4 «تسون». التراكم المنحدر رقيق بينما التراكم المسطح سميك. ما سُمك الثلج على الأرض المسطحة؟



答曰：平地雪厚**一尺四分**。

術曰：用少廣術，連枝入之：以去址之數自乘，為隅。以牆高自乘，併入上隅。以雪厚自乘，乘上併數，為實。（約之）開連枝平方，得平地雪厚。

草曰：通分內子：去址五十寸，自乘得二千五百，為隅。牆高一百二十寸，自乘得一萬四千四百。併之得一萬六千九百。雪厚四寸，自乘得十六。乘之得二十七萬四百，為實。隅與實俱以百約之，得實二千七百〇四，隅二十五。開平方：$\sqrt{2704/25} = 52/5 = 10.4$ 寸，即**一尺四分**。

الجواب: سُمك الثلج على الأرض المسطحة: **1 «تشي» و4 «فِنْ»**.

الطريقة: استخدم طريقة «شاو قوانغ» مع طريقة «الأغصان المتصلة»: ربّع المسافة من القاعدة: هذا هو «الزاوية» (يوْ). ربّع ارتفاع الجدار، اجمعه مع الزاوية أعلاه. ربّع سُمك الثلج، اضربه في القيمة المجمّعة أعلاه للحصول على المقسوم. (اختزل إن أمكن.) استخرج الجذر التربيعي بطريقة الأغصان المتصلة للحصول على سُمك الثلج على الأرض المسطحة.

الحل: حوّل جميع القياسات إلى «تسون»: المسافة من القاعدة: 50 «تسون»، مربعها = 2,500 (الزاوية). ارتفاع الجدار: 120 «تسون»، مربعه = 14,400. المجموع: $14400 + 2500 = 16900$. سُمك الثلج: 4 «تسون»، مربعه = 16. الضرب: $= 16 \times 16900$ 270400 (المقسوم). الزاوية والمقسوم يشتركان في عامل 100، اختزل فيصبح المقسوم 2,704 والزاوية 25. استخراج الجذر التربيعي: $\sqrt{2704/25} = 52/5 = 10.4$ «تسون» = **1 «تشي» و4 «فِنْ»**.

按：理與法俱正。實即勾股術，特不以此名之耳。「連枝」之號，隱其本理。蓋三角形相似，以比例求之也。

ملاحظة المحقق: كلتا القاعدة والطريقة صحيحتان. في الواقع، هذا يستخدم طريقة المثلث القائم (قوقو)، وإن لم تُسمَّ كذلك. مصطلح «الأغصان المتصلة» يُخفي المبدأ الأساسي. الرسم يوضّح: تشابه المثلثات. ارتفاع الجدار هو الساق الكبرى، والمسافة من القاعدة هي القاعدة الكبرى، واللوح هو الوتر الكبير. يُوجد سُمك الثلج على الأرض المسطحة بالتناسب عبر نظرية فيثاغورس.

第九問：竹器驗雪—المسألة التاسعة: التحقق من الثلج بوعاء الخيزران

第九問：以圓竹器驗雪，口徑一尺六寸，深一尺七寸，底徑一尺二寸。雪入其中，深一尺。器通風，雪多則平地淺。問：平地雪厚幾何？

السؤال ٩: باستخدام وعاء خيزران مستدير للتحقق من الثلج: قطر الفوهة: 1 «تشي» و6 «تسون» (16 «تسون»)، العمق: 1 «تشي» و7 «تسون» (17 «تسون»)، قطر القاع: 1 «تشي» و2 «تسون» (12 «تسون»). يسقط الثلج فيه ويملأه حتى عمق 1 «تشي». الوعاء منفذ للريح؛ وحين يدخل ثلج كثير يكون عمق الأرض المسطحة أقل. ما سُمك الثلج على الأرض المسطحة؟

答曰：平地雪厚**九寸，又三千四百三十九分之七百六十四寸**。

الجواب: سُمك الثلج على الأرض المسطحة: **9 «تسون» زائد $\frac{764}{3439}$ «تسون».**

術曰：以底徑減口徑，以雪深乘之，半之，自乘，為隅。以器深自乘，乘雪深自乘之數；併入隅，以雪深自乘之數乘之，為實。開連枝三乘方，得平地雪厚。

الطريقة: اطرح قطر القاع من قطر الفوهة؛ اضرب في عمق الثلج، وانصف، وربّع للحصول على الزاوية (يوْ). ربّع عمق الوعاء واضربه في مربع عمق الثلج؛ اجمع مع الزاوية واضرب في مربع عمق الثلج للحصول على المقسوم. استخرج الجذر التكعيبي بطريقة الأغصان المتصلة للحصول على سُمك الثلج على الأرض المسطحة.

草曰：通分內子：口徑十六寸，底徑十二寸。差四寸；雪深十寸。乘之得四十；半之得二十，為上廉。器深自乘：$17^2 = 289$。雪深自乘：$10^2 = 100$。乘之得二萬八千九百；併入隅，續以三乘方開法入之，得平地雪厚九寸，餘三千四百三十九分之七百六十四。

الحل: حوّل جميع القياسات إلى «تسون»: قطر الفوهة: 16 «تسون»؛ قطر القاع: 12 «تسون». الفرق: 4 «تسون»؛ عمق الثلج: 10 «تسون». الضرب: $4 \times 10 = 40$؛ النصف = 20 (هذا هو «ليان» العلوي). مربع عمق الوعاء: $17^2 = 289$. مربع عمق الثلج: $10^2 = 100$. الضرب: $289 \times 100 = 28900$؛ اجمع مع الزاوية وتابع استخراج الجذر التكعيبي. يتم الحل بطريقة «استخراج الجذر التكعيبي بالحمل» الصينية، فيعطي سُمك الثلج على الأرض المسطحة 9 «تسون» مع باقٍ $764/3439$.

按：「通風」之語，不關算術。或謂器中之雪深與平地異，以風故也；然此問算理，與天池測雨之題同，以圓臺之體推之而已。

ملاحظة المحقق: عبارة «منفذ للريح» لا تؤثر على طريقة الحساب. يقترح بعض المعلّقين أن عمق الثلج في الوعاء يختلف عن عمق الأرض المسطحة بسبب تأثيرات الريح؛ لكن هذه المسألة تستخدم نفس المبدأ الهندسي لمسألة قياس المطر بحوض البركة السماوية، مع تكييفه لوعاء خيزران على شكل جذع مخروط.

天時類九問總表—جدول ملخص لمسائل الجزء الثاني

序	題名	術要
1	推氣治歷	兩測推氣骨、歲餘、斗分
2	治歷推閏	通分約率求閏骨、閏率
3	治歷演紀	大衍術推曆元二十三率
4	綴術推星	招差法推五星行率
5	揆日究微	乘法節率推各地日影
6	天池測雨	圓錐台體積求平地雨深
7	圓罌測雨	圓罌容積求平地雨深
8	峻積驗雪	少廣連枝開方求平地雪厚
9	竹器驗雪	三乘方開法求平地雪厚

الرقم	العنوان	الموضوع
1	推氣治歷	رصدين من الشمسية الفصول حساب الشتوي للانقلاب
2	治歷推閏	للتقويم الكبيسة الأشهر معايير إيجاد
3	治歷演紀	دايان بطريقة للحقبة معياراً 23 اشتقاق
4	綴術推星	المشتري حركة معدّلات حساب
5	揆日究微	موقعين في الشمس ظلّ أطوال مقارنة
6	天池測雨	مخروطي بحوض المطر قياس
7	圓罌測雨	مستدير بوعاء المطر قياس
8	峻積驗雪	الأرض عمق إلى مائل لوح على الثلج تحويل المسطحة
9	竹器驗雪	الأرض عمق إلى خيزران وعاء في الثلج تحويل المسطحة

附錄：術語解釋—شرح المصطلحات :الملحق

天文曆法術語：

- **氣骨**：自冬至距夜半後甲子日之時刻
- **歲餘**：歲周減六甲之餘
- **斗分**：歲周減三百六十五日之餘
- **閏骨**：氣骨與朔骨之差
- **紀策**：六十日一周之策數
- **大衍術**：求解同餘式組之術
- **招差術**：用差分法推算行星運動
- **密率**：圓周率之密近值，$\pi \approx 22/7$
- **景差**：兩地日影之差
- **節率**：各節氣之影長變化率
- **少廣術**：以面積求邊長之術
- **連枝**：帶分數開方之法

مصطلحات التقويم وعلم الفلك:

- **التشي عظم (تشيغو)**: إلى الشتوي الانقلاب من والكسور الأيام جياتسي يوم
- **السنة فائض (سويْيوْ)**: 6 بمقدار السنة طول يُنقص حين الباقي جياتسي دورات
- **الدلو كسر (دوفِنْ)**: 365 بمقدار السنة طول يُنقص حين الباقي يوماً
- **(رون الكبيسة عظم) (غو**: والمحاق التشي عظمي بين الفرق
- **جي-تسه**: يوماً الستين دورة في الأيام عدد
- **دايان طريقة**: التطابقات أنظمة لحل
- **الاستكمال طريقة (جاوتشا)**: حركة لحساب الفروق استخدام الكواكب
- **الكثيف المعدّل**: $\pi \approx 22/7$ بي، لعدد محسّن تقريب
- **الظلّ فرق**: موقعين بين الظلّ أطوال في الفرق
- **الفصل معدّل**: شمسي فصل لكل الظلّ طول تغيّر معدّل
- **قوانغ شاو طريقة**: المساحة من الضلع طول إيجاد
- **المتصلة الأغصان**: كسور مع الجذر استخراج

數學九章卷二終 / End of Fascicle 2

نهاية الجزء الثاني من «تسعة فصول في الفن الرياضي»

□□□□□ «□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ .□□□□□□□
□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ [□□□□□□□□] □□□□□□
□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ «.□□□□□□□□
— □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□» □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ «□□□□□ / 秦九韶《數學九章序》

欽定四庫全書本

子部

數學九章

卷三至卷四 — Qin Jiushao fasc 3–4

تسعة فصول في الفن الرياضي

والرابع الثالث الجزءان

宋　秦九韶　撰

□□□□□□ 1202–1261 □

تشين جيوشاو • عالم رياضيات صيني من عصر سونغ الجنوبية
الوسطى العصور في الصينية الرياضيات تحف أعظم من

□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ / 宋秦九韶:

□□□□□□□□□□ 卷三: 田域類 □□□□□□) (□□□□□□□
卷四: 測望類 □□□□□□) □□□□□□ (□□□□□□□□□:

依《欽定四庫全書》本

卷三上：田域類 — 方田、圓田、三角田
卷三下：田域類續 — 續田域問題
卷四上：測望類 — 隔河測高遠
卷四下：測望類續 — 續測望問題

الجزء الثالث (أ): مسائل الحقول --- المربعات والدوائر والمثلثات
إضافية مسائل --- الحقول مسائل تتمة (ب): الثالث الجزء
الأنهار عبر والمسافات الارتفاعات قياس --- المسح مسائل (أ): الرابع الجزء

والارتفاعات المسافات قياس --- المسح مسائل تتمة (ب): الرابع الجزء

Contents

引言

數學九章為南宋秦九韶所撰，是中古數學之偉大著作。全書九章，每章一類。
本卷呈其第三、四卷：

- **卷三上：田域類** – 方田、圓田、三角田及組合圖形之面積
- **卷三下：田域類續** – 續田域問題，含籌算圖式
- **卷四上：測望類** – 隔河測高遠，用勾股重差之法
- **卷四下：測望類續** – 續測望問題，量不可至之遠近高下

文本依中算傳統格式：

- **問** – 問題陳述
- **答** – 答數
- **術** – 演算方法
- **草** – 詳細演草

«الفصول التسعة في الفن الرياضي» (شو شيوه جيو جانغ)، من تأليف تشين جيوشاو في عصر سونغ الجنوبية، وهو من أعظم تحف الرياضيات الصينية في العصور الوسطى. يحتوي الكتاب على تسعة فصول، كل فصل مخصص لنوع مختلف من المسائل.
ويشمل: الكتاب، من والرابع الثالث الجزءين المجلد هذا يقدم

- قياس مسائل **الأول): (الجزء الحقول مسائل -- (أ) الثالث الجزء** والأشكال والمثلثات والدوائر المربعات ذلك في بما المساحات، المركبة
- مسائل تتمة **الثاني): (الجزء الحقول مسائل -- (ب) الثالث الجزء** العد عصي مخططات مع تعقيداً أكثر أشكال ذلك في بما الحقول،
- القياس مسائل **الأول): (الجزء المسح مسائل -- (أ) الرابع الجزء** والساق الوتر وطريقة المتشابهة المثلثات باستخدام والمسح، بُعد عن
- مسح مسائل **الثاني): (الجزء المسح مسائل -- (ب) الرابع الجزء** التي والأجسام والمسافات الارتفاعات قياس ذلك في بما إضافية، إليها الوصول يتعذر

الصيني: الرياضي للأدب الكلاسيكي التنسيق النص يتبع

- **السؤال) 問:(** المسألة نص
- **الجواب) 答:(** الإجابة
- **الطريقة) 術:(** الخوارزمية/المنهج
- **الحل) 草:(** التفصيلية الحسابية العمليات

1 卷三上田域類 — الجزء الثالث (أ): مسائل الحقول

田域類

مسائل الحقول

方圓三角及組合圖形之面積

مساحات المربعات والدوائر والمثلثات والأشكال المركبة

小序：此卷論田域面積之術。涉方圓、斜直、面冪、體積，皆相求之。其本則出於立天元一法。

ملاحظة تمهيدية: يتناول هذا الجزء مسائل قياس المساحات (تيان يوي). تشمل المسائل المربعات والدوائر والمثلثات والأشكال المركبة. يستخدم تشين جيوشاو «طريقة العنصر السماوي» (تيان يوان شو) إلى جانب التقنيات الخوارزمية التقليدية.

第一問： 方中古圓池：有方中古圓池，因陂毀於一角。從外方隅斜至內圓邊七尺六寸。欲依舊修之，求圓徑、方面、方斜各幾何。

السؤال ١: مربع يحتوي بركة دائرية قديمة: يوجد حقل مربع فيه بركة دائرية قديمة منقوشة. الزاوية الشمالية قد انهارت جزئياً. المسافة القطرية من زاوية المربع الخارجي إلى حافة الدائرة الداخلية هي 7 تشي و6 تسون (7.6 تشي). يُراد ترميمها وفقاً للتصميم الأصلي، فأوجد: قطر الدائرة، وضلع المربع، وقطر المربع.

答曰： 池圓徑三丈六尺六寸，四百二十九分寸之四百一十二。方面三丈六尺六寸，四百二十九分寸之四百一十二。方斜五丈一尺八寸，四百二十九分寸之四百一十二。

الجواب: قطر البركة 36 تشي و6 تسون زائد $\frac{412}{429}$ تسون، وضلع المربع 36 تشي و6 تسون زائد $\frac{412}{429}$ تسون، وقطر المربع 51 تشي و8 تسون زائد $\frac{412}{429}$ تسون.

術曰： 以少廣求之，太朮入之。如積斜自乘倍之為實，倍斜為一方法，一半寸為從隅。開平方得徑。

الطريقة: باستخدام طريقة «العرض الأصغر» (شاو قوانغ) مع تقنية «التحول الجنيني» (تاي شو). نربّع القطر ونضاعفه للحصول على المقسوم عليه (شي). نأخذ ضعف القطر كمعامل سالب للحد الخطي (يي فانغ). نأخذ نصف تسون كمعامل الحد التربيعي (تسونغ يوي). نستخرج الجذر التربيعي لإيجاد القطر.

第二問： 三斜求積：有三斜形田，大斜一十三里，小斜一十四里，中斜一十五里。里法三百步，欲知為田積幾何。

السؤال ٢: حساب مساحة مثلث: يوجد حقل مثلث. القطر الكبير (الضلع الأطول) 13 لي، والقطر الصغير 14 لي، والقطر الأوسط 15 لي. مع أن كل لي يساوي 300 بو، أوجد المساحة.

答曰： 田積三百一十五頃。

الجواب: المساحة 315 تشينغ.

術曰：以少廣求之。以小斜冪並大斜冪，減中斜冪，餘半之，自乘於上。以小斜冪乘大斜冪，減上，餘四約之為實。一為從隅，開平方得積。

□□□□□□□□ :□□□□□□□□ □□□ □□□ $a = 13$□ $b = 14$□ $c = 15$□ :□□□

$$S = \sqrt{\frac{1}{4}\left[a^2b^2 - \left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2}\right)^2\right]}$$

□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

الطريقة: باستخدام طريقة «العرض الأصغر». نجمع مربع القطر الصغير ومربع القطر الكبير، ونطرح مربع القطر الأوسط. ننصّف الباقي ونربّعه (نضعه في الأعلى). نضرب مربع القطر الصغير في مربع القطر الكبير، ونطرح النتيجة السابقة، ونقسم الباقي على 4 للحصول على المقسوم عليه. نأخذ 1 كمعامل الحد التربيعي، ونستخرج الجذر التربيعي لإيجاد المساحة.

فإن: $a = 13$، $b = 14$، $c = 15$، كان إذا الحديثة: بالرموز

$$S = \sqrt{\frac{1}{4}\left[a^2b^2 - \left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2}\right)^2\right]}$$

هيرون صيغة يكافئ وهذا:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

第三問：方田圓池：有方田一段，內有圓池水占之，外計地三千一百六十八步。只云從內池周至外田角斜二十一步半。內外方圓各幾何。

答曰：內池周四十二步，徑一十三步半。方田面六十步。

術曰：以少廣求之。置積以圓率三約之為實，倍斜為從方，斜冪為一負隅。開平方得內徑。加倍斜得方面。

السؤال ٣: حقل مربع ببركة دائرية وسطية: يوجد حقل مربع فيه بركة دائرية. الأرض المتبقية خارج البركة تبلغ 3168 بو. يُعلم أن المسافة القطرية من حافة البركة الداخلية إلى زاوية المربع الخارجي هي 21.5 بو. أوجد أبعاد الدائرة الداخلية والمربع الخارجي.

الجواب: محيط البركة الداخلية 42 بو، وقطرها 13.5 بو، وضلع الحقل المربع 60 بو.

الطريقة: باستخدام طريقة «العرض الأصغر». نضع المساحة ونقسمها على معدل الدائرة 3 للحصول على المقسوم عليه. ضعف القطر يعطي المعامل الخطي. مربع القطر يعطي المعامل التربيعي السالب. نستخرج الجذر التربيعي لإيجاد القطر الداخلي. نضيف ضعف القطر للحصول على ضلع المربع.

第四問：漂田：有漂田一段，中斜一十六步，水止五步。減中斜一十六餘一十一步為元大斜。內減殘大斜二十步……

答曰：田積若干。

術曰：草曰：以水止五減中斜一十六餘一十一步為法。以中斜一十六乘大殘二十得三百二十為大斜實。以法除之得二十九步一十一分步之一為元大斜。內減殘大斜二十步，餘九步一十一分步之一……

السؤال ٤: الحقل الغارق: يوجد «حقل غارق» (حقل مثلث غارق جزئياً). القطر الأوسط 16 بو، وعمق الماء 5 بو. بطرح 5 من 16 نحصل على 11 بو كقاعدة القطر الكبير.

الجواب: المساحة [تُحدَّد بالحساب].

الطريقة: (حساب تفصيلي بعمليات عددية محددة كما هو مسجل في النص الأصلي.)

11 فيبقى 16، الأوسط القطر من ونطرحه 5 الماء عمق نأخذ الحل: فنحصل 20 الكبير الباقي في 16 الأوسط القطر نضرب كقاسم. بو 29 على فنحصل القاسم على نقسم الكبير. القطر كمقسوم 320 على 9 فيبقى بو، 20 الكبير الباقي نطرح الأصلي. الكبير كالقطر بو $\frac{1}{11}$ و بو… $\frac{1}{11}$ و

卷三上田域類終 — 凡四問

نهاية الجزء الثالث (أ) --- مسائل الحقول --- أربعة أسئلة

2 卷三下田域類續 — الجزء الثالث (ب): تتمة مسائل الحقول

田域類續

تتمة مسائل الحقول

第一問：三戶分田：有田一段，欲分與甲乙丙三戶。甲多一百五十步，乙多一百二十步，丙多九十步。三戶共田若干，各得幾何。

السؤال ١: تقسيم الأرض بين ثلاث عائلات: يوجد حقل يُراد تقسيمه بين ثلاث عائلات: جيا، وبي، وبينغ. تحصل عائلة جيا على 150 بو أكثر من المقدار الأساسي؛ وتحصل عائلة بي على 120 بو أكثر، وتحصل عائلة بينغ على 90 بو أكثر. إذا عُلمت المساحة الكلية، أوجد حصة كل عائلة.

答曰：甲田若干，乙田若干，丙田若干。

الجواب: حصة عائلة جيا [تُحدَّد]، وحصة عائلة بي [تُحدَّد]، وحصة عائلة بينغ [تُحدَّد].

術曰：以少廣求之。併三戶多出之數以減總積，餘以三戶約之，各得本積。又各加多出之數即得各戶之田。

الطريقة: باستخدام طريقة «العرض الأصغر». نجمع المبالغ الزائدة من العائلات الثلاث ونطرحها من المساحة الكلية. نقسم الباقي على 3 للحصول على المقدار الأساسي لكل عائلة. نضيف الزيادة الخاصة بكل عائلة إلى المقدار الأساسي للحصول على حصة كل منها.

第二問：圓田方田：有方圓田各一段，共積一千二百八十步。只云方面如圓徑少四步，問方圓面徑各幾何。

السؤال ٢: حقلان دائري ومربع: يوجد حقل مربع وحقل دائري. مساحتهما الكلية 1280 بو. يُعلم أن ضلع المربع أقل من قطر الدائرة بأربعة بو. أوجد الضلع والقطر.

答曰：方面若干，圓徑若干。

الجواب: ضلع المربع [يُحدَّد]، وقطر الدائرة [يُحدَّد].

術曰：以少廣求之。置共積以圓率三、方率四各約之為實，方面少圓徑四步為從方。開平方得圓徑。減四得方面。

الطريقة: باستخدام طريقة «العرض الأصغر». نضع المساحة المشتركة؛ ونقسم على معدل الدائرة 3 ومعدل المربع 4 للحصول على المقسوم عليه. الفرق بين ضلع المربع وقطر الدائرة وهو 4 بو يعطي المعامل الخطي. نستخرج الجذر التربيعي لإيجاد القطر. ونطرح 4 للحصول على ضلع المربع.

第三問：弧田：有弧田一段，弦五十步，矢二十五步，求積若干。

السؤال ٣: حقل القطعة الدائرية: يوجد حقل على شكل قطعة دائرية (هو تيان) طول وتره (شيان) 50 بو وسهمه (شي) 25 بو. أوجد مساحته.

答曰：田積若干。

الجواب: المساحة [تُحدَّد بالحساب].

術曰：以弦矢求之。以弦乘矢，又以矢自乘，併之，半之為實。開平方得積。

الطريقة: باستخدام طريقة الوتر والسهم. نضرب الوتر في السهم، ونضيف مربع السهم، وننصّف للحصول على المقسوم عليه. نستخرج الجذر التربيعي لإيجاد المساحة.

تشين: صيغة تعطي s، وسهمها c وترها طول دائرية لقطعة ملاحظة:

$$A = \frac{cs + s^2}{2}$$

الحقيقية. الدائرية القطعة لمساحة تقريب وهذا

卷三下田域類續終 — 凡三問

نهاية الجزء الثالث (ب) --- تتمة مسائل الحقول --- ثلاثة أسئلة

3 卷四上測望類 — الجزء الرابع (أ): مسائل المسح والقياس

測望類

مسائل المسح والقياس

量不可至之高遠

قياس الارتفاعات والمسافات التي يتعذر الوصول إليها

小序：此卷論測望之術，量不可至之高遠。用勾股、重差之法，為中國古代測量學之基礎。

ملاحظة تمهيدية: يتناول هذا الجزء مسائل المسح والقياس عن بُعد (تسه وانغ). تتضمن هذه المسائل قياس المسافات والارتفاعات التي يتعذر الوصول إليها باستخدام طريقة «الوتر والساق» (قوو قو) والمثلثات المتشابهة.

第一問：圓城：有圓城不知周徑，四門中開。北外三里有喬木，出南門折而東行九里乃見木。欲知城周徑各幾何。

السؤال ١: المدينة المستديرة: توجد مدينة دائرية مجهولة المحيط والقطر. لها أربع بوابات عند الجهات الأصلية. على بُعد ثلاثة لي شمال البوابة الشمالية تقف شجرة طويلة. بالخروج من البوابة الجنوبية والسير نحو الشرق مسافة 9 لي، تصبح الشجرة مرئية. أوجد محيط المدينة وقطرها.

答曰：徑九里，周二十七里。

الجواب: القطر 9 لي، والمحيط 27 لي.

術曰：以勾股夕桀求之。一為從隅，五因北里為從七廉，置北里冪八因為從五廉，以北里乘上廉為一從，三連負隅乘五廉為一上廉，以北里乘上廉為實。開玲瓏九乘方得數，自乘為徑。以三因徑得周。

الطريقة: باستخدام طريقة «الوتر والساق لقمة المساء». نأخذ 1 كمعامل رئيسي. نضرب المسافة الشمالية في 5 لمعامل الدرجة السابعة. نضع مربع المسافة الشمالية ونضربه في 8 لمعامل الدرجة الخامسة. نضرب المسافة الشمالية في المعامل العلوي للمعامل الخطي السالب. نضاعف المعدل السالب لتشكيل معامل الدرجة الخامسة كمعامل علوي سالب. نضرب المسافة الشمالية في المعامل العلوي للحصول على المقسوم عليه. نستخرج جذر الدرجة التاسعة (لينغ لونغ كاي فانغ) للحصول على العدد، ونربّعه للقطر. نضرب القطر في 3 للمحيط.

第二問：測塔：有塔高未知其數，去塔若干步立一表，人目上望見塔尖，退行若干步又立一表，人目上望仍見塔尖。求塔高及去塔遠近。

السؤال ٢: قياس برج: يقف برج مجهول الارتفاع على بُعد مجهول. على مسافة معينة من البرج يُنصب عمود، وعند النظر من مستوى العين يُرى رأس البرج. عند التراجع مسافة معينة ونصب عمود آخر، يُرى الرأس مرة أخرى من مستوى العين. أوجد ارتفاع البرج والمسافة إليه.

答曰：塔高若干，去塔遠若干。

الجواب: ارتفاع البرج [يُحدَّد] والمسافة إلى البرج [تُحدَّد].

術曰：以勾股求之。兩表退行之差為法，前表去塔遠乘表高，後表去塔遠乘表高，相減為實。實如法而一得塔高。又以法除前表去塔遠乘兩表高差加表高得塔高。

□□□□□□□□ :□□□□□□□□ □□□□ d_1 = □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ d_2 = □□□□□□□□ □□□□□□□□□ h = □□□□□□□ .□□□□□□□ :□□□□□□

$$\text{□□□□□□□ □□□□□□} = \frac{d_2 \cdot h - d_1 \cdot h}{d_2 - d_1} = h$$

□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□.

الطريقة: باستخدام طريقة الوتر والساق. الفرق بين مسافتي التراجع للعمودين هو القاسم. نضرب مسافة العمود الأمامي إلى البرج في ارتفاع العمود؛ ونضرب مسافة العمود الخلفي في ارتفاع العمود؛ ونطرح للحصول على المقسوم عليه. نقسم للحصول على ارتفاع البرج. بديلاً عن ذلك، نضرب المسافة الأمامية في فرق ارتفاعي العمودين، ونقسم على القاسم، ونضيف ارتفاع العمود.

الخلفية، المسافة = d_2 الأمامية، المسافة = d_1 ليكن الحديثة: بالرموز عندئذ: العمود. ارتفاع = h

$$\text{البرج ارتفاع} = \frac{d_2 \cdot h - d_1 \cdot h}{d_2 - d_1} = h$$

المتشابهة. المثلثات مبدأ يستخدم وهذا

第三問：方城：有方城一座，不知大小。北門外有樹，出南門直行若干步折而西行若干步見樹。求城方面。

答曰：城方面若干步。

術曰：以勾股求之。兩行步相乘為實，併兩行步為從方。開平方得城方面。

□□□ □□□ a = □□□□□□□ □□□□□□ □b = □□□□□□□□ :□□□□□

$$x^2+(a+b)x = ab \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(a+b)+\sqrt{(a+b)^2+4ab}}{2}$$

السؤال ٣: المدينة المربعة: توجد مدينة مربعة مجهولة الحجم. خارج البوابة الشمالية تقف شجرة. بالخروج من البوابة الجنوبية والسير مسافة معينة من الخطوات، ثم الانعطاف غرباً والسير مسافة معينة، تصبح الشجرة مرئية. أوجد ضلع المدينة المربعة.

الجواب: ضلع المدينة [يُحدَّد] بالبو.

الطريقة: باستخدام طريقة الوتر والساق. نضرب مسافتي السير للحصول على المقسوم عليه. نجمع مسافتي السير للمعامل الخطي. نستخرج الجذر التربيعي للحصول على ضلع المدينة.

غرباً: الخطوات = bو جنوباً الخطوات = a كان إذا

$$x^2+(a+b)x = ab \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(a+b)+\sqrt{(a+b)^2+4ab}}{2}$$

第四問：籌算開方：問以開方術解高次方程，其籌佈列之法若何。

答曰：

術曰：開方之法，先列實於中，次列隅於下，次列方於上。商除之，以上乘隅生廉，以上乘廉生方，以上乘方除實。實盡則止，不盡則倍方，三廉為方法，續商除之。

السؤال ٤: استخراج الجذور بعصي العد: عن طريقة استخراج الجذور لحل المعادلات من الدرجات العليا --- كيف تُرتَّب عصي العد؟

الجواب:

الطريقة: في طريقة استخراج الجذور، نضع أولاً المقسوم عليه (شي) في الوسط، ثم نضع معامل الوحدة (يوي) في الأسفل، والمعامل الخطي (فانغ) في الأعلى. نقسم بالتقدير؛ ونضرب التقدير في معامل الوحدة لتوليد المعامل الخطي؛ ونضرب التقدير في المعامل الخطي ونطرحه من المقسوم عليه. عندما ينفد المقسوم عليه نتوقف. إذا لم ينفد، نضاعف المعامل الخطي وننتقل إلى المنزلة التالية.

4 卷四下測望類續 — الجزء الرابع (ب): تتمة مسائل المسح

測望類續

تتمة مسائل المسح والقياس

第一問：測水深：有井不知其深，以繩測之，繩長倍於井深餘三尺；三摺而測之適足。求井深及繩長。

答曰：井深三尺，繩長九尺。

術曰：以盈不足求之。倍繩餘三尺為盈，三摺適足為適足。以盈乘適足為實，併盈適足為法，除之得井深。倍之加盈得繩長。

□□□□□□□□ :□□□□□□□□ □□□□ d = □□□ □□□□□□□ L = □□□ .□□□□□

$$L = 2d + 3, \qquad \frac{L}{3} = d$$

:□□□□□□□□□ $2d + 3 = 3d \Rightarrow d = 3$□ $L = 9$.

السؤال ١: قياس عمق الماء: يوجد بئر مجهول العمق. عند القياس بحبل، يكون طول الحبل ضعف عمق البئر مع زيادة 3 تشي. وعند طيّ الحبل ثلاث طيّات والقياس، يكون مناسباً تماماً. أوجد عمق البئر وطول الحبل.

الجواب: عمق البئر 3 تشي؛ وطول الحبل 9 تشي.

الطريقة: باستخدام طريقة «الفائض والنقص» (ييِنغ بو تسو). الثلاثة تشي الزائدة عند المضاعفة هي الفائض، والمناسبة التامة عند الطيّ الثلاثي هي المقدار الصحيح. نضرب الفائض في المقدار الصحيح للحصول على المقسوم عليه؛ ونجمع الفائض والمقدار الصحيح للقاسم؛ ونقسم للحصول على عمق البئر. نضاعف ونضيف الزيادة لطول الحبل.

ليكن d = عمق البئر، L = طول الحبل. بالرموز الحديثة:

$$L = 2d + 3, \qquad \frac{L}{3} = d$$

بالتعويض: $2d + 3 = 3d \Rightarrow d = 3$، $L = 9$.

第二問：測塔高：有塔高未知，去塔百步立一表高五尺，人目去表一尺八寸，上望塔尖與表端參合。退行六十步，人目去表端仍參合塔尖。求塔高及塔心去表遠近。

答曰：塔身高三丈，塔高一十一丈七尺，與八丈七尺為塔心目長。

السؤال ٢: قياس ارتفاع المعبد: يقف معبد مجهول الارتفاع على بُعد مجهول. على بُعد 100 بو من المعبد يُنصب عمود ارتفاعه 5 تشي. عين المراقب على ارتفاع 1.8 تشي من الأرض؛ وعند النظر للأعلى يتطابق رأس المعبد مع طرف العمود. عند التراجع 60 بو، تتطابق عين المراقب مرة أخرى مع طرف العمود ورأس المعبد. أوجد ارتفاع المعبد ومسافته عن العمود.

الجواب: ارتفاع جسم المعبد 3 جانغ؛ والارتفاع الكلي (من الأرض إلى القمة) 11 جانغ و7 تشي؛ والمسافة من مركز المعبد إلى نقطة القياس 8 جانغ و7 تشي.

術曰：此皆大小形同勢相求法也。人目去塔為總股，人目去杆為分小股，人目上塔尖高塔身節為總股高。相論高為分大勾，數一杆去塔分大勾於小角杆去塔為分大勾。

الطريقة: هذه كلها تطبيقات للمثلثات المتشابهة (دا شياو شينغ تونغ شي). المسافة من العين إلى المعبد هي خط الارتفاع الكلي؛ والمسافة من العين إلى العمود هي خط الارتفاع الصغير. الارتفاع من مستوى العين إلى رأس المعبد هو الارتفاع الكلي؛ والارتفاع من مستوى العين إلى قمة العمود هو الارتفاع الصغير. تستخدم الطريقة العلاقات التناسبية بين هذه الكميات.

[illegible]:

$$\frac{\text{[illegible]} - \text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} = \frac{\text{[illegible]} - \text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$$

المتشابهة: المثلثات مبدأ تستخدم المسألة هذه

$$\frac{\text{العين ارتفاع} - \text{المعبد ارتفاع}}{\text{المعبد إلى المسافة}} = \frac{\text{العين ارتفاع} - \text{العمود ارتفاع}}{\text{العمود إلى المسافة}}$$

第三問：隔河測遠：問隔河望一高岸，不知其遠。平地立一表，人目上望見岸頂，又退立一表望之仍見岸頂。求河闊及岸高。

السؤال ٣: قياس المسافة عبر نهر: على الضفة المقابلة للنهر، يُرى ضفاف عالية على بُعد مجهول. يُنصب عمود على أرض مستوية؛ وعند النظر من مستوى العين يُرى أعلى الضفة. عند التراجع ونصب عمود آخر، يُرى أعلى الضفة مرة أخرى. أوجد عرض النهر وارتفاع الضفة.

答曰：河闊若干步，岸高若干尺。

الجواب: عرض النهر [يُحدَّد] بو، وارتفاع الضفة [يُحدَّد] تشي.

術曰：以重差求之。兩表退行步數之差為法，前表去岸遠乘表高為實，實如法而一得岸高。又以法除後表去岸遠乘表高亦得岸高，兩者相驗。

الطريقة: باستخدام طريقة «الفرق المزدوج» (تشونغ تشا). الفرق بين مسافتي التراجع هو القاسم. نضرب مسافة العمود الأمامي إلى الضفة في ارتفاع العمود للحصول على المقسوم عليه؛ ونقسم للحصول على ارتفاع الضفة. وبالمثل للعمود الخلفي؛ ويجب أن تتفق النتيجتان (للتحقق).

第四問：九乘方：問以開九乘方術解方程，其立法之原若何。

السؤال ٤: طريقة الجذر من الدرجة التاسعة: عن طريقة استخراج الجذور من الدرجة التاسعة لحل المعادلات --- ما هو المبدأ الأساسي لهذه الطريقة؟

答曰：

الجواب:

術曰：開方之術，至於九乘方，其理一也。先列實於中，次定隅位，次立方廉法。商除之際，以上乘隅生廉，以上乘廉生方，以上乘方除實。每進一位，則方退一，廉退二，隅退三。如是疊進，直至實盡為止。

الطريقة: طريقة استخراج الجذور، حتى الدرجة التاسعة، تتبع المبدأ نفسه. نضع أولاً المقسوم عليه في الوسط؛ ثم نحدد موضع الوحدة؛ ثم نؤسس المعاملات الخطية والوسيطة. أثناء القسمة بالتقدير: نضرب التقدير في معامل الوحدة لتوليد المعاملات الوسيطة؛ ونضرب التقدير في المعاملات الوسيطة لتوليد المعامل الخطي؛ ونضرب التقدير في المعامل الخطي ونطرحه من المقسوم عليه. عند كل إزاحة عشرية، يخفض المعامل الخطي منزلة واحدة، والمعاملات الوسيطة منزلتين، ومعامل الوحدة ثلاث منازل. نستمر تكرارياً حتى ينفد المقسوم عليه.

:[illegible]

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$$

[illegible] r [illegible] $(x - r)$ [illegible].

التي الحدود، كثيرة المعادلات لحل **هورنر طريقة** يصف هذا ملاحظة: لكثيرة قرون. بعدة هورنر قبل مستقل بشكل جيوشاو تشين طورها حدود:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$$

$(x - r)$ العامل بإخراج منهجي بشكل الحدود كثيرة الطريقة تختزل خطوة. كل في المقدَّر الجذر هو r حيث

卷四下測望類續終 — 凡四問

نهاية الجزء الرابع (ب) --- تتمة مسائل المسح --- أربعة أسئلة

附錄：數學注釋 — الملحق: ملاحظات رياضية

A.1 籌算 / □□□□ □□□ □□□□

籌算為中國古代主要計算工具。以竹籌佈列十進位制：

- **一至四**：縱式 |, ||, |||, ||||
- **五**：橫式 ≡
- **六至九**：組合，如 T（五加一）
- **零**：以空位或圓 ◯ 表之

籌列於算板，每列一位。此位值制助成高深代數運算，如開方、解方程。

A.1 □□□□ □□□ □□□□ □□□) (□□□□

في الرئيسية الحسابية الأداة كان سوان) (تشو العد عصي نظام الخيزران من بعصي تُمثَّل الأرقام كانت القديمة. الصينية الرياضيات موضعي: عشري نظام في مرتبة

- **الآحاد**)1--4:(عمودية خطوط |، ||، |||، ||||
- **الخمسات:** الآحاد فوق يُوضع = أفقي خط
- **:9--6** مثل مزيج، T (5+1)
- **الصفر:** يُمثَّل بمسافة أو فارغة دائرة ◯

منزلة يمثل عمود كل أعمدة، في العد لوح على تُرتَّب العصي كانت متقدمة جبرية عمليات إجراء من الموضعي النظام هذا مكَّن عشرية. الحدود. كثيرة المعادلات وحل الجذور استخراج تشمل

A.2 天元術 / □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□

秦九韶精於天元術，為早期代數符號。未知數謂之「天元」，方程以籌式佈列。此法可解十次方程，早霍納五百餘年。

A.2 □□□□□ □□□□□» «□□□□□□□□ □□□□) □□□□ (□□

شكل وهي السماوي»، «العنصر طريقة في بارعاً جيوشاو تشين كان السماوي» «العنصر يُسمى المجهول كان الجبرية. الرمزية من مبكر العد. عصي ترتيبات باستخدام تُؤسَّس المعادلات وكانت يوان)، (تيان الدرجة من الحدود كثيرة معادلات حل على قادرة الطريقة هذه كانت عام. 500 من بأكثر هورنر طريقة على متقدمة العاشرة،

A.3 三斜求積公式 / □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□

三角形三邊 a, b, c，秦九韶公式：

$$S = \sqrt{\frac{1}{4}\left[c^2a^2 - \left(\frac{c^2+a^2-b^2}{2}\right)^2\right]}$$

此與海龍公式等價，顯十三世紀非凡代數造詣。

A.3 □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□

الصيغة: تشين أعطى a، b، c أضلاعه لمثلث

$$S = \sqrt{\frac{1}{4}\left[c^2a^2 - \left(\frac{c^2+a^2-b^2}{2}\right)^2\right]}$$

الثالث القرن في رائعة جبرية بصيرة ويُظهر هيرون صيغة يكافئ وهذا عشر.

A.4 盈不足術 / □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□

盈不足術為通用線性問題解法。設兩試值得盈、不足，則真值：

$$x = \frac{a_2 b_1 + a_1 b_2}{a_1 + a_2}$$

其中 a_1, a_2 為試入之數，b_1, b_2 為對應盈不足之數。

A.4 □□□□□□ □□□□□□□» «□□□□□□□ □□□□) □□ (□□□

المسائل لحل عامة تقنية هي شو) تسو بو (يينغ والنقص الفائض طريقة القيمة فإن ونقص، فائض نتيجتي تجريب قيمتا أعطت إذا الخطية. بـ: تُوجد الحقيقية

$$x = \frac{a_2 b_1 + a_1 b_2}{a_1 + a_2}$$

مقدارا هما b_2 ،b_1و التجريبية المدخلات هما a_2 ،a_1 حيث واسعة مجموعة على الطريقة هذه تطبيق يمكن المقابلان. الفائض/النقص العملية. المسائل من

數學九章卷三至卷四全編終

نهاية الجزءين الثالث والرابع من «تسعة فصول في الفن الرياضي»

宋　秦九韶　撰

依《欽定四庫全書》本

طبقاً لنسخة «المكتبة الإمبراطورية الكاملة للكتب الأربعة»

欽定四庫全書

子部

數學九章

卷第五、卷第六

تسعة فصول في الفن الرياضي

والسادس الخامس الجزءان

Qin Jiushao — Shuxue Jiuzhang, Fascicles 5–6

宋　秦九韶　撰

（宋）秦九韶（約 1202–1261）著

تشين جيوشاو • عالم رياضيات صيني من عصر سونغ الجنوبي
(حوالي 1202--1261م)

卷五：**賦役類** | 卷六：**錢穀類**

الجزء الخامس: الضرائب والسُّخرة (فُويٍ)
الجزء السادس: النقود والحبوب (تشيانغُو)

依《欽定四庫全書》本

LEFT: Original Chinese | RIGHT: Arabic Translation

يسار: النص الصيني الأصلي | يمين: الترجمة العربية

Contents

引言

按： 賦役一章，即古九章中差分粟米諸法。但從來算書設題之數未有如此卷之多者。如首題答數至一百七十五條，每條步算之數至十餘位，而得數皆無不合，亦可謂能廣其用矣。且諸問皆足以明貴賤廩税及交質變易之同異，使公私各得其平，誠治民之要務也。但題語多晦，術草中間有與所問不相應者，亦於各條下指出，俾觀者無惑焉。

ملاحظة تحريرية: هذا الجزء عن الضرائب والسُّخرة يطبق أساليب «الفصول التسعة» القديمة في التوزيع التفاضلي وتحويل الحبوب. لم يسبق أن تضمن كتاب رياضي مسائل بيانات بهذا الاتساع. فالمسألة الأولى مثلاً تتضمن 175 بنداً في الجواب، كل بند بقيم محسوبة تتجاوز عشرة أرقام، ومع ذلك فإن جميع النتائج متسقة --- وهذا توسيع رائع للتطبيق الرياضي. وهذه المسائل توضح التفاوت في تقدير الضرائب وإجراءات التبادل، مما يضمن العدالة بين المصلحة العامة والخاصة --- وهو أمر جوهري للحكم. غير أن نصوص المسائل غامضة في كثير من الأحيان، وبعض الطرق لا تتوافق مع الأسئلة المطروحة؛ وقد أُشير إلى هذه التناقضات أدناه لمساعدة القارئ.

此卷凡九問：一曰復邑修賦，二曰圍田租畝，三曰戶税移割，四曰均科綿税，五曰均定勸分，六曰均定合解，七曰寬減屯租，八曰戶税均寬，九曰米穀粒分。皆賦役之屬也。首問最繁，術用衰分，蓋以三差九等之衰分佈官物，自漢以來均輸之正法也。

يحتوي هذا الجزء على تسع مسائل: (1) استعادة المقاطعة وتقدير الضرائب، (2) إيجار حقول البُلدر، (3) نقل الضريبة العقارية، (4) تسوية ضريبة الحرير، (5) تسوية المساهمات الطوعية، (6) تسوية الحوالات المجمعة، (7) تخفيض إيجار حقول الحامية، (8) تسوية تخفيف الضريبة العقارية، (9) عدد حبات الأرز والحبوب. جميعها تتعلق بالضرائب والسُّخرة. المسألة الأولى هي الأكثر تعقيداً، وتستخدم التوزيع التدريجي لتوزيع البضائع الرسمية على ثلاث درجات وتسع رتب من الحقول --- وهي الطريقة الأصيلة للنقل المتعادل منذ عهد هان.

卷五上　賦役類—الجزء الخامس أ: الضرائب والسُّخرة

復邑修賦—استعادة المقاطعة وتقدير الضرائب

問：有海坍縣地，今有復漲，歲久鄉井再成，申諸刱邑。稱土排到六鄉，以附郭為甲，最遠為己，各有田九等，開具下項：

甲鄉共計田十四萬一百九十三畝三角一十二步。上等：上田五千六百七十八畝一角四十八步；中田四千八百九十二畝三十步；下田六千六百二十一畝五十四步。中等：上田八千二百二十五畝二十四步；中田一萬三十五畝六步；下田一萬六千五百三十畝。下等：上田二萬一千九十畝二十四步；中田三萬二千六十畝三步；下田三萬五千六十一畝三角三步。

乙鄉田共計八萬四千一十畝二角二步。上等：上田六千七百八十九畝一角三十六步；中田五千九百八十七畝二角；下田八千一十畝三角三步。中等：上田七千五百四十一畝；中田九千一百二十一畝二角一十二步；下田一萬九千六十步。下等：上田一萬八千三十七畝一角六步；中田九千四百五十六畝三角五十九步；下田無。

丙鄉田共計一十二萬九百三十五畝五十八步五分。上等：上田四千八百六十八畝二角三步；中田五千九百七十九畝三角六步；下田六千八百八十八畝二角六步。中等：上田七千九百八十四畝一角；中田一萬四千五十六畝一十二步；下田二萬三千三百三十三畝一十二步。下等：上田二萬七千七百五十五畝一十六步五分；中田無；下田三萬七十畝三步。

丁鄉田共計八萬九千六十六畝二步三分。上等：上田一萬一千一百二畝一步；中田九千八百七十六畝一角；下田八千七百六十五畝一角三十步。中等：上田七千五百三十九畝三十四步三分；中田無；下田一萬二千九百八十七畝四十二步。下等：上田無；中田五千四百三十二畝一角六步；下田三萬三千三百六十三畝三角九步。

戊鄉田共計二十萬四千四百七十四畝一角二十四步四分。上等：上田二萬四千六百三十二畝三十九步；中田一萬三千五百二十一畝二十七步；下田九千九百八十八畝三角三步。中等：上田八千八百七十七畝五十六步四分；中田一萬一千三百三十三畝三角；下田二萬七千六十七畝。下等：上田一萬九千八百七十六畝三角六步；中等田七萬九千一百三十五畝三角四十三步；下田一萬四十一畝二角三十步。

己鄉田共計一十五萬八千四百六十畝三角一十八步二分。上等：上田無；中田七千七百八十八畝三角五十一步；下田無。中等：上田九千九百九十九畝二角三步；中田一萬八百三十六畝五十六步；下田無。下等：上田三萬二千八十九畝一角四十五步六分；中田四萬三千六百七十八畝二角五十七步；下田五萬四千六十七畝三角四十五步六分。

照得昨來本縣原科苗米一十萬三千五百六十七石八斗四升四合三勺，和買一萬三千四百九十八匹一丈七尺三寸七分六釐，夏税九千八百七十六匹三丈二尺六寸五分八釐。其六鄉田係三色，甲為上，乙丙為次，丁戊己又為次。先令官物為三差，

السؤال: توجد أرض مقاطعة ساحلية انهارت في البحر ثم عادت بالترسب. على مر السنين تشكلت القرى والآبار من جديد، وقُدّم طلب لإنشاء مقاطعة جديدة. أجريت مسوحات أرضية في ست بلدات: جيا (أ) الملاصقة لأسوار المدينة، وجي (و) الأبعد. لكل بلدة حقول من تسع رتب. التفاصيل مدرجة أدناه:

أ: بلدة العليا: الرتبة بو. 12 جياو 3 مو 140,193 الحقول إجمالي 30 مو 4,892 وسطى حقول بو؛ 48 جياو 1 مو 5,678 عليا حقول 8,225 عليا حقول الوسطى: الرتبة بو. 54 مو 6,621 دنيا حقول بو؛ مو. 16,530 دنيا حقول بو؛ 6 مو 10,035 وسطى حقول بو؛ 24 مو 32,060 وسطى حقول بو؛ 24 مو 21,090 عليا حقول الدنيا: الرتبة بو. 3 جياو 3 مو 35,061 دنيا حقول بو؛ 3 مو

لكل رتب لتسع التركيب متماثلة بيانات و: هـ، د، ج، ب، [بلدات منها.]

8 شي 103,567 بـ الشتلات أرز سابقاً: قدّرت المقاطعة هذه أن عُلم 7 جانغ 1 قطعة 13,498 بـ المتوازن والشراء شاو، 3 قه 4 شنغ 4 دو جانغ 3 قطعة 9,876 بـ الصيف وضريبة لي، 6 فن 7 تسون 3 تشي ألوان: ثلاثة من الست البلدات حقول لي. 8 فن 5 تسون 6 تشي 2 البضائع تُقسم أولاً دنيا. وجي ووو ودينغ وسطى، وبينغ بي عليا، جيا والوسطى الوسطى عن العليا تختلف بحيث درجات، ثلاث إلى الرسمية جزء بفارق بلدة كل في رتب تسع تُوزع ثم عشرة. من بجزء الدنيا عن رتبة، وكل لون لكل مو لكل التقدير معدل أوجد داخلياً. عشرة من بلدة. لكل الكلي والمجموع

答曰：甲鄉：上等上田苗三斗二升二合四勺，和一尺六寸九分，税一尺二寸三分；中田苗二斗九升九勺，和一尺五寸二分，税一尺一寸一分；下田苗二斗五升八合六勺，和一尺三寸五分，税九寸九分。中等上田苗二斗二升六合二勺，和一尺一寸八分，税八寸六分；中田苗一斗九升三合九勺，和一尺一分，税七寸四分；下田苗一斗六升一合六勺，和八寸四分，税六寸二分。下等上田苗一斗二升九合三勺，和六寸七分，税四寸九分；中田苗九升六合九勺，和五寸一分，税三寸七分；下田苗六升四合六勺，和三寸四分，税二寸五分。
各鄉共科數：甲鄉苗米一萬九千五百五十石二斗四升八合三勺。乙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五升三合。丙鄉同乙鄉。丁鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三升。戊己鄉同丁鄉。

術曰：以衰分求之。先列本縣色位，自下錐行列之，又以鄉數對列而乘之，副併為法，以除官物數，得一分之率。以率數乘未併者，各得諸鄉之數。次列各鄉等位，自上等置十分，每以内分錐行九折之，至九等止，又各以畝步乘之，副併為鄉法，以除諸各鄉所得官物數，所得為一分之率，以乘未併者，各得每畝税色。

草曰：列本縣色位三，自下色例十分中十一分，上比中身外加一，上得一百二十一，中得一百一十，下得一百，為上中下三率，列之右行。乃列甲一對上率，乙丙共二對中率，丁戊己共三對下率，列左行。乃以左行列數各相對乘右行率數，其上得一百二十一，其十得二百二十，其下得三百，乃副置而併之，得六百四十一為法。置元科苗米一萬三千五百六十七石八斗四升四合三勺為寔，以法除之，得一百六十一石五斗七升二合三勺為一分之率。以未併下率一百乘率，得一萬六千一百五十七石二斗三升為丁戊己三鄉各科數。以於身下加一，得一萬七千七百七十二石九斗五升三合為乙丙二鄉各科數。又於身下加一，得一萬九千五百五十石二斗四升八合三勺為甲合科數。

الجواب: بلدة أ: رتبة عليا-حقول عليا: أرز الشتلات 3 دو 2 شنغ 2 قه 4 شاو، شراء متوازن 1 تشي 6 تسون 9 فن، ضريبة 1 تشي 2 تسون 3 فن؛ حقول وسطى: 2 دو 9 شنغ 9 شاو، متوازن 1 تشي 5 تسون 2 فن، ضريبة 1 تشي 1 تسون 1 فن؛ حقول دنيا: 2 دو 5 شنغ 8 قه 6 شاو، متوازن 1 تشي 3 تسون 5 فن، ضريبة 9 تسون 9 فن. رتبة وسطى-حقول عليا: 2 دو 2 شنغ 6 قه 2 شاو، متوازن 1 تشي 1 تسون 8 فن، ضريبة 8 تسون 6 فن؛ حقول وسطى: 1 دو 9 شنغ 3 قه 9 شاو، متوازن 1 تشي 1 فن، ضريبة 7 تسون 4 فن؛ حقول دنيا: 1 دو 6 شنغ 1 قه 6 شاو، متوازن 8 تسون 4 فن، ضريبة 6 تسون 2 فن. رتبة دنيا-حقول عليا: 1 دو 2 شنغ 9 قه 3 شاو، متوازن 6 تسون 7 فن، ضريبة 4 تسون 9 فن؛ حقول وسطى: 9 شنغ 6 قه 9 شاو، متوازن 5 تسون 1 فن، ضريبة 3 تسون 7 فن؛ حقول دنيا: 6 شنغ 4 قه 6 شاو، متوازن 3 تسون 4 فن، ضريبة 2 تسون 5 فن.

التسع.] الرتب تركيب بنفس ب--و للبلدات مماثلة [معدلات دو 2 شي 19,550 الشتلات أرز أ: بلدة بلدة: لكل التقديرات إجمالي قه. 3 شنغ 5 دو 9 شي 17,772 ب: بلدة شاو. 3 قه 8 شنغ 4 و هـ بلدتا شنغ. 3 دو 2 شي 16,157 د: بلدة ب. نفس ج: بلدة د. نفس و:

الطريقة: تُحل بطريقة التوزيع التدريجي (تسوي فن). أولاً نُدرج رتب ألوان المقاطعة مرتبة تنازلياً، ثم نضرب في عدد البلدات المقابل. نجمع لتكوين المقسوم عليه (فا). نقسم كميات البضائع الرسمية عليه للحصول على معدل الحصة الواحدة. نضرب هذا المعدل في الأعداد غير المجموعة للحصول على نصيب كل بلدة. ثم نُدرج الرتب التسع لكل بلدة، بدءاً من 10 فن للرتبة العليا، ونخفض بنسبة 9/10 تدريجياً حتى الرتبة التاسعة. نضرب كلاً في المو والبو، ونجمع لتكوين مقسوم البلدة، ونقسم نصيب البلدة من البضائع عليه للحصول على معدل كل رتبة لكل مو.

الحل: نضع ثلاث رتب ألوان للمقاطعة. من الرتبة الدنيا بنسبة 11/10، مع إضافة 1/10 من العليا إلى الوسطى، نحصل على: العليا = 121، الوسطى = 110، الدنيا = 100 كمعدلات ثلاثة. نضعها في العمود الأيمن. ثم نضع جيا = 1 مقابل المعدل الأعلى، يي وبينغ = 2 مقابل المعدل الأوسط، ودينغ ووو وجي = 3 مقابل المعدل الأدنى في العمود الأيسر. نضرب أعداد العمود الأيسر في معدلات العمود الأيمن المقابلة: العليا تعطي 121، الوسطى 220، الدنيا 300. نجمعها: 641 كمقسوم عليه. نأخذ تقدير أرز الشتلات الأصلي 103,567 شي 8 دو 4 شنغ 4 قه 3 شاو كمقسوم. نقسم على المقسوم عليه فنحصل على 161 شي 5 دو 7 شنغ 2 قه 3 شاو كمعدل الحصة الواحدة. نضرب في المعدل الأدنى 100 فنحصل على 16,157 شي 2 دو 3 شنغ لبلدات د وهـ وو. نزيد 1/10 فنحصل على 17,772 شي 9 دو 5 شنغ 3 قه لبلدتي ب وج. ونزيد 1/10 مرة أخرى فنحصل على 19,550 شي 2 دو 4 شنغ 8 قه 3 شاو لبلدة أ.

［按］題内言田有三色，甲為上云云，又言乙鄉田最肥云云，語若相左。蓋前言三色者六鄉共科之等，後言田肥者每畝所出之異也。

[ملاحظة تحريرية] تقول المسألة إن الحقول من ثلاثة ألوان حيث جيا عليا وما إلى ذلك، ثم تقول إن حقول بلدة يي هي الأكثر خصوبة وما إلى ذلك، وهو ما يبدو متناقضاً. الأولى تشير إلى رتب التقدير الجماعي لجميع البلدات الست، والثانية تشير إلى الفرق في الإنتاج لكل مو. لو استُبدلت عبارة «حقول من ثلاثة ألوان» بـ«تقديرات من ثلاث درجات» لصار المعنى واضحاً.

圍田租畝—إيجار حقول البُلدر

問：有興復圍田已成，共計三千二十一頃五十一畝一十五步，分三等。其上等每畝起租六斗，中等四斗五升，下等四斗。中田多上田弱半，不及下田太半。欲知三色田畝及各租幾何？

السؤال: أُنجزت حقول بُلدر مستصلحة بإجمالي 3,021 تشينغ 51 مو 15 بو، مقسمة إلى ثلاث رتب. الحقول العليا تدفع إيجار 6 دو لكل مو، والوسطى 4 دو 5 شنغ، والدنيا 4 دو. الحقول الوسطى تزيد عن العليا بنصف ضعيف (1/3)، وتنقص عن الدنيا بنصف قوي (2/3). أوجد مساحة كل رتبة وإيجارها.

答曰：上田四百七十七頃八畝一十五步，米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺；中田六百三十六頃一十畝三角，米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺；下田一千九百八頃三十二畝一角，米七萬六千三百三十二石九斗。

الجواب: الحقول العليا: 477 تشينغ 8 مو 15 بو، أرز 28,624 شي 8 دو 3 شنغ 7 قه 5 شاو. الحقول الوسطى: 636 تشينغ 10 مو 3 جياو، أرز 28,624 شي 8 دو 3 شنغ 7 قه 5 شاو. الحقول الدنيا: 1,908 تشينغ 32 مو 1 جياو، أرز 76,332 شي 9 دو.

術曰：以衰分求之。列母子求田率，副併為法，以共田為寔，寔如法而一，得一分之率。以徧乘未併者，得三等田。各以起租乘之，各得米。

الطريقة: تُحل بطريقة التوزيع التدريجي. نضع البسط والمقام لإيجاد معدلات الحقول. نجمعها لتكوين المقسوم عليه. نأخذ إجمالي الحقول كمقسوم. نقسم للحصول على معدل الحصة الواحدة. نضرب في الأعداد غير المجموعة للحصول على رتب الحقول الثلاث. نضرب كلاً في الإيجار الأساسي للحصول على كميات الأرز.

草曰：置弱半母四為中率，子三為上率。以太半子二減母三，餘一，以乘中率四，只得四為中泛。又以餘一乘上率三，只得三為上泛。次以太半母三乘中泛四，得一十二為下泛。副併三泛，得一十九為法。置田三千二十一頃五十一畝，以畝法二百四十通之，得七千二百五十一萬六千二百四十步，内子一十五步，得七千二百五十一萬六千二百五十五步為寔。以法一十九除之，得三百八十一萬六千六百四十五步為一分之數。

الحل: نضع مقام النصف الضعيف (4) كمعدل وسطى، وبسطه (3) كمعدل أعلى. نطرح بسط النصف القوي (2) من مقامه (3)، فيبقى 1. نضربه في المعدل الأوسط (4): 4 كعام وسطى. ونضرب الباقي (1) في المعدل الأعلى (3): 3 كعام أعلى. ثم نضرب مقام النصف القوي (3) في العام الأوسط (4): 12 كعام أدنى. نجمع الأعداد العامة الثلاثة: 19 كمقسوم عليه. نأخذ الحقول 3,021 تشينغ 51 مو ونحولها بمعيار 240 بو لكل مو إلى 72,516,240 بو، مضافاً إليها 15 بو: 72,516,255 بو كمقسوم. نقسم على 19: 3,816,645 بو كمقدار الحصة الواحدة.

［按］題言中田多上田弱半，不及下田太半。蓋以弱半為三分之一，太半為三分之二也。

[ملاحظة تحريرية] تقول المسألة إن الحقول الوسطى تزيد عن العليا بنصف ضعيف وتنقص عن الدنيا بنصف قوي. النصف الضعيف يعني 1/3 والنصف القوي يعني 2/3. أي أن العليا زائد 1/3 تساوي الوسطى، والتي هي 1/3 من الدنيا.

營田造租—تقدير إيجار حقول الحامية

問：有營田五十頃六十二畝五分，係官出租。三等出租：上田每畝五斗，中田四斗二升，下田三斗五升。其田上中下相半，上田不及中田頃畝六分半，下田比中田多三分半。欲知三色田頃畝及各租幾何？

答曰：上田一十五頃四十畝，租七千七百石；中田一十七頃四十畝二分，租七千三百石二斗八升；下田一十七頃八十二畝三分，租六千二百三十八石八升。

術曰：以衰分求之。置中田為率，以六分半減之為上田衰，以三分半加之為下田衰。各徧乘共畝為實，副併衰數為法。實如法而一，各得每衰之畝。以各租乘之，得各租米。

草曰：置中田一十畝為率，以六分半減之，得九十三分半為上田衰。以三分半加中田率，得一十三分半為下田衰。并三衰，得三十七分为法。置營田五十頃六十二畝五分，通為五千六十二畝五分。

السؤال: توجد 50 تشينغ 62 مو 5 فن من حقول الحامية المؤجرة حكومياً، مقسمة إلى ثلاث رتب: الحقول العليا بـ 5 دو لكل مو، والوسطى بـ 4 دو 2 شنغ، والدنيا بـ 3 دو 5 شنغ. الحقول مقسمة بالتساوي بين الرتب الثلاث. الحقول العليا تنقص عن الوسطى بـ 6.5 فن، والدنيا تزيد عن الوسطى بـ 3.5 فن. أوجد مساحة كل رتبة وإيجارها.

الجواب: الحقول العليا: 15 تشينغ 40 مو، إيجار 7,700 شي. الوسطى: 17 تشينغ 40 مو 2 فن، إيجار 7,300 شي 2 دو 8 شنغ. الدنيا: 17 تشينغ 82 مو 3 فن، إيجار 6,238 شي 8 شنغ.

الطريقة: تُحل بطريقة التوزيع التدريجي. نأخذ الحقول الوسطى كمعدل أساسي. نطرح 6.5 فن للحصول على معدل الحقول العليا، ونضيف 3.5 فن للحصول على معدل الحقول الدنيا. نضرب إجمالي المو في كل معدل لتكوين المقسومات. نجمع المعدلات لتكوين المقسوم عليه. نقسم كل مقسوم على المقسوم عليه للحصول على مو كل رتبة. نضرب كلاً في الإيجار المقابل للحصول على إيجارات الأرز.

الحل: نضع 10 مو من الحقول الوسطى كمعدل أساسي. نطرح 6.5 فن: 93.5 فن كمعدل الحقول العليا. نضيف 3.5 فن: 13.5 فن كمعدل الحقول الدنيا. نجمع المعدلات الثلاثة: 37 كمقسوم عليه. نأخذ حقول الحامية 50 تشينغ 62 مو 5 فن ونحولها إلى 5,062.5 مو.

卷五下　賦役類（續）—الجزء الخامس ب: الضرائب والسُّخرة (تابع)

戶稅移割—نقل الضريبة العقارية

問： 某縣據甲稱：本户田地原納苗三十五石七斗，和買本色一十一匹二丈二尺九寸四分八釐七毫五絲，折帛二十七匹二寸一分三釐七毫五絲，紬絹折帛八匹三丈九尺七寸三分九釐，紬絹本色二十匹二丈八尺九寸三分九釐。已將田四百七畝出與乙，五百十六畝出與丙。

答曰： 甲原有田一千二十畝，地一十一畝二角四十八步。甲今有田九十七畝。乙今有田七百八十二畝。丙今有田九百七十九畝。

術曰： 以粟米及衰分求之。置甲原納米為實，以每畝苗為法除之，得甲原有田。以乘每畝稅，得田絹。次以甲紬絹本色折帛併之，內減田絹，餘為地紬。以每紬約之，得甲原有地。

السؤال: تلقت مقاطعة ما التماساً من الأسرة أ تفيد بأن: حقول هذه الأسرة كانت تدفع أصلاً أرز شتلات 35 شي 7 دو، شراء متوازن عيني 11 قطعة 2 جانغ 2 تشي 9 تسون 4 فن 8 لي 7 هاو 5 سي؛ حرير محوّل 27 قطعة 2 تسون 1 فن 3 لي 7 هاو 5 سي؛ حرير خشن محوّل 8 قطع 3 جانغ 9 تشي 7 تسون 3 فن 9 لي؛ حرير خشن عيني 20 قطعة 2 جانغ 8 تشي 9 تسون 3 فن 9 لي. نُقلت 407 مو إلى ب و516 مو إلى ج. يُطلب نقل ضرائب الحقول المنقولة وتجميعها مع أسرتي ب وج. وُجد أن ب تملك أصلاً 375 مو وج تملك 463 مو في نفس البلدة والرتبة. لكل مو: أرز شتلات 3 شنغ 5 قه، ضريبة حرير 1 تشي 1 تسون 5 فن، قيمة ممتلكات 1 قوان 200 ون. أوجد حقول أ المتبقية ومقادير كل من أرز الشتلات والشراء المتوازن وضريبة الصيف والحرير العيني والمحوّل لكل أسرة.

الجواب: أسرة أ كانت تملك أصلاً 1,020 مو من الحقول و11 مو 2 جياو 48 بو من الأراضي. أسرة أ الآن: 97 مو. أسرة ب الآن: 782 مو. أسرة ج الآن: 979 مو.

الطريقة: تُحل بطرق تحويل الحبوب والتوزيع التدريجي. نأخذ دفعة أرز أسرة أ الأصلية كمقسوم ونقسم على معدل الشتلات لكل مو للحصول على حقول أ الأصلية. نضرب في ضريبة كل مو للحصول على حرير الحقول. ثم نجمع حرير أ الخشن العيني والمحوّل، ونطرح حرير الحقول، والباقي هو حرير خشن الأراضي. نقسم على معدل الحرير الخشن للحصول على أراضي أ الأصلية.

均科綿稅—تسوية تقدير ضريبة الحرير

問： 縣科綿有五等户，共一萬一千三十三户，共科綿八萬八千三百三十七兩六錢。上等一十二户，副等八十七户，中等四百六十四户，次等二千三十五户，下等八千四百三十五户。欲令上三等折半差，下二等此中等六四折差。

السؤال: تقدّر مقاطعة ضريبة الحرير على خمس رتب من الأسر، بإجمالي 11,033 أسرة، وإجمالي تقدير حرير 88,337 ليانغ 6 تشيان. الرتبة العليا: 12 أسرة؛ الثانية: 87؛ الوسطى: 464؛ الرابعة: 2,035؛ الدنيا: 8,435. يُراد أن تختلف الرتب الثلاث العليا بالتنصيف (4:2:1)، وأن تختلف الرتبتان الدنيا عن الوسطى بنسبة 6:4. أوجد المبلغ لكل أسرة وإجمالي كل رتبة.

答曰：上等一户一百二十四兩，一十二户計一千四百八十八兩；副等一户六十二兩，八十七户計五千三百九十四兩；中等一户三十一兩，四百六十四户計一萬四千三百八十四兩；次等一户一十二兩四錢，二千035户計二萬五千二百三十四兩；下等一户四兩九錢六分，八千四百三十五户計四萬一千八百三十七兩六錢。

術曰：列五等户數，先以四折下等數，加次等户，又以四折之，加中等户數，却以半折之，加二等户，又以半折之，加上等户數，不折便為法。除科綿，得上等一户之綿。

［按］題言下二等比中等六四折差，是次等為中等六分之四，下等又為次等六分之四也。乃術草中皆以十分之四收之。

الجواب: الرتبة العليا: 124 ليانغ لكل أسرة، 12 أسرة بإجمالي 1,488 ليانغ. الثانية: 62 ليانغ لكل أسرة، 87 أسرة بإجمالي 5,394 ليانغ. الوسطى: 31 ليانغ لكل أسرة، 464 أسرة بإجمالي 14,384 ليانغ. الرابعة: 12 ليانغ 4 تشيان لكل أسرة، 2,035 أسرة بإجمالي 25,234 ليانغ. الدنيا: 4 ليانغ 9 فن 6 لي لكل أسرة، 8,435 أسرة بإجمالي 41,837 ليانغ 6 تشيان.

الطريقة: نُدرج أعداد الأسر للرتب الخمس. أولاً نطبق تخفيض 4/10 على الرتبة الدنيا ونضيف إلى الرابعة، ثم نطبق 4/10 مرة أخرى ونضيف إلى الوسطى، ثم نطبق تخفيض 1/2 ونضيف إلى الثانية، ثم 1/2 مرة أخرى ونضيف إلى العليا. هذا المجموع النهائي دون تخفيض يصبح المقسوم عليه. نقسم إجمالي تقدير الحرير عليه للحصول على حرير كل أسرة من الرتبة العليا. ننصفه للثانية، وننصف مرة أخرى للوسطى، ونطبق 4/10 للرابعة، و4/10 أخرى للدنيا.

[ملاحظة تحريرية] تقول المسألة إن الرتبتين الدنيا تختلفان عن الوسطى بنسبة 6:4، أي الرابعة تساوي 4/6 من الوسطى والدنيا تساوي 4/6 من الرابعة. لكن في الطريقة والحل كلتاهما تُخفّض بـ 4/10 --- وهذا تخفيض بأربعة أعشار وليس نسبة 6:4. المجموعة تحتوي على كثير من حالات عدم التطابق بين المسألة والطريقة.

均定勸分—تسوية المساهمات الطوعية

問：欲勸糶賑濟，據甲民户物力畝步排定，共計一百六十二户，作九等：上等三户，第二等五户，第三等七户，第四等八户，第五等十三户，第六等二十一户，第七等二十六户，第八等三十四户，第九等四十五户。今先觀諭，第一等上户願糶五千石，第九等户願糶二百石。

答曰：認該米二十三萬七千六百石。上等一户米五千石，三户計一萬五千石；二等一户米四千四百石，五户計二萬二千石；三等一户米三千八百石，七户計二萬六千六百石；四等一户米三千二百石，八户計二萬五千六百石；五等一户米二千六百石，一十三户計三萬三千八百石；六等一户米二千石，二十一户計四萬二千石；七等一户米一千四百石，二十六户計三萬六千四百石；八等一户米八百石，三十四户計二萬七千二百石；九等一户米二百石，四十五户計九千石。

السؤال: يُراد تشجيع الأسر على بيع الحبوب لإغاثة المجاعة. بناءً على ترتيب قيمة الممتلكات ومساحة الحقول لأسر البلدة أ، يوجد 162 أسرة مقسمة إلى تسع رتب: العليا 3 أسر، الثانية 5، الثالثة 7، الرابعة 8، الخامسة 13، السادسة 21، السابعة 26، الثامنة 34، التاسعة 45. بعد التشاور، أسر الرتبة الأولى العليا ترغب في المساهمة بـ 5,000 شي، وأسر الرتبة التاسعة بـ 200 شي. أوجد الفرق التدريجي بالشي بين الرتب وإجمالي الأرز الملتزم لكل رتبة.

الجواب: إجمالي الأرز الملتزم: 237,600 شي. الرتبة العليا: 5,000 شي لكل أسرة، 3 أسر = 15,000 شي. الثانية: 4,400، 5 أسر = 22,000. الثالثة: 3,800، 7 أسر = 26,600. الرابعة: 3,200، 8 أسر = 25,600. الخامسة: 2,600، 13 أسرة = 33,800. السادسة: 2,000، 21 أسرة = 42,000. السابعة: 1,400، 26 أسرة = 36,400. الثامنة: 800، 34 أسرة = 27,200. التاسعة: 200، 45 أسرة = 9,000.

術曰：以衰分求之。置上下户米，減餘為實。列等數減一，餘為法。除之，得抛差石數。以差累減上等米，各得諸等米。以各等户乘之，併之為總數。

الطريقة: تُحل بالتوزيع التدريجي. نضع مقادير أرز الأسر العليا والدنيا ونطرح للحصول على المقسوم. نُدرج عدد الرتب ونطرح واحداً، والباقي هو المقسوم عليه. نقسم للحصول على الفرق التدريجي بالشي. نطرح هذا الفرق تتابعياً من مقدار الرتبة العليا للحصول على مقدار كل رتبة. نضرب كلاً في عدد الأسر ونجمع للحصول على الإجمالي.

均定合解—تسوية الحوالات المجمعة

問：州郡合解諸司窠名錢：户部九十六萬五千四百二十一貫文，總所六十四萬三千六百一十四貫文，運司一萬六千九十貫三百五十文。今諸窠名先催到九千二百五十三貫六百二十文。

السؤال: يجب على ولاية أن تحوّل أموالاً مسماة إلى عدة مكاتب: وزارة الإيرادات 965,421 قوان، المكتب العام 643,614 قوان، مكتب النقل 16,090 قوان 350 ون. جُمع مسبقاً 9,253 قوان 620 ون. يُراد توزيع هذا المبلغ تناسبياً وفق الحصص الأصلية. كم يستحق كل مكتب؟

答曰：户部五千四百九十七貫二百文；總所三千六百六十四貫八百文；運司九十一貫六百二十文。

الجواب: وزارة الإيرادات: 5,497 قوان 200 ون. المكتب العام: 3,664 قوان 800 ون. مكتب النقل: 91 قوان 620 ون.

術曰：以衰分求之。置諸原率，可約約之。副併為法。以催到錢乘未併者，各為實。實如法而一。

الطريقة: تُحل بالتوزيع التدريجي. نضع المعدلات الأصلية ونختصر بالعوامل المشتركة حيثما أمكن. نجمع لتكوين المقسوم عليه. نضرب المبلغ المحصّل في كل معدل غير مجموع لتكوين المقسومات. نقسم كل مقسوم على المقسوم عليه.

寬減屯租—تخفيض إيجار حقول الحامية

問：屯租欲議寬減，仍聽以夏麥折納分數。官牛種者與減二分，私牛種者與減四分。每歲租穀以三分之一許夏折二麥，内四分大六分小折色。每大麥三石折小麥二石，小麥二石折穀三石五斗。屯租舊額官種一石納租五石，私種一石納租三石。今某州屯田去年計官私種共九千七百八十二石，共合收租穀三萬九千五百八十六石。

السؤال: يُراد تخفيض إيجارات حقول الحامية مع السماح بالدفع بقمح الصيف. الحقول المزروعة بثيران رسمية تُخفّض بـ 2/10، والخاصة بـ 4/10. إيجار الحبوب السنوي يسمح بدفع 1/3 بقمح الصيف: 4/10 شعير كبير و6/10 قمح صغير. معدلات التحويل: 3 شي شعير كبير = 2 شي قمح صغير؛ 2 شي قمح صغير = 3.5 شي حبوب. الحصص القديمة: الزراعة الرسمية 1 شي بذور تدفع 5 شي إيجار؛ الخاصة 1 شي بذور تدفع 3 شي. ولاية ما حقول حاميتها في العام الماضي: إجمالي البذور الرسمية والخاصة 9,782 شي، وإجمالي الحبوب المستحقة 39,586 شي. أوجد كميات البذور وحصص الإيجار الأصلية والتخفيضات والمبالغ المستحقة وقمح الصيف وحبوب الخريف.

答曰：官種五千一百二十石，私出種四千六百六十二石。原租額共三萬九千五百八十六石。今減一萬七百一十四石四斗。合催二萬八千八百七十一石六斗。

الجواب: البذور الرسمية: 5,120 شي. البذور الخاصة: 4,662 شي. حصة الإيجار الأصلية: 39,586 شي --- رسمي 25,600، خاص 13,986. التخفيض الحالي: 10,714 شي 4 دو. المبلغ المستحق: 28,871 شي 6 دو.

術曰：以差分求之。置官租五石、私租三石，以所減二分、四分各減之。以各對乘官私種一石，各為率。副併為法。以共租為實。

الطريقة: تُحل بطريقة التوزيع التفاضلي. نضع الإيجار الرسمي 5 شي والخاص 3 شي لكل شي بذور. نطبق التخفيضات 2/10 و4/10: الرسمي يحتفظ بـ 3.8 شي، والخاص بـ 1.8 شي. هذان هما المعدلان. نجمعهما لتكوين المقسوم عليه. نأخذ إجمالي الإيجار كمقسوم. نقسم للحصول على مقدار الحصة الواحدة.

戶稅均寬—تسوية تخفيف الضريبة العقارية

問：州郡寬恤，近將某縣下三等稅户秋科餘欠錢米，已與蠲放：共錢一千三百五十五貫七百六文，米五千二百七十二石一斗九升。某本縣下三等物力計三萬七千六百五十八貫五百文。今來官員陳述：本縣多有樂輸無欠之户。遂議將樂輸三等户於明年兩稅與照昨來體例減免。契勘得三等無欠户物力二十二萬八千一十五貫三百二十一文。

السؤال: منحت ولاية تخفيفاً بإعفاء متأخرات ضريبة الخريف للرتب الثلاث الدنيا من الأسر الخاضعة للضريبة: إجمالي المعفي 1,355 قوان 706 ون نقداً و5,272 شي 1 دو 9 شنغ أرزاً. قيمة ممتلكات الرتب الثلاث الدنيا 37,658 قوان 500 ون. أشار المسؤولون إلى أن كثيراً من الأسر دفعت ضرائبها طوعاً دون متأخرات، فإعفاء المتأخرات فقط يفضّل المتخلفين وهو غير عادل. اقتُرح منح أسر الرتب الثلاث الدنيا الملتزمة بالدفع تخفيضاً في ضرائب العام المقبل بنفس النمط. قيمة ممتلكات أسر الرتب الثلاث غير المتأخرة 228,015 قوان 321 ون. أوجد معدل الإعفاء لكل 100 ون وإجمالي التخفيض.

答曰：每物力一百文，放錢三文六分，放米一升四合。明年兩稅放免：錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五釐六毫；米三萬九百一十四石一斗四升四合九勺四抄。

الجواب: لكل 100 ون من قيمة الممتلكات: إعفاء 3.6 ون نقداً، إعفاء 1.4 قه أرزاً. تخفيض ضرائب العام المقبل: نقد 7,949 قوان 351 ون 5 فن 5 لي 6 هاو؛ أرز 30,914 شي 1 دو 4 شنغ 4 قه 9 شاو 4 تشاو.

術曰：以粟米衰分求之。置原物力為法，除原放錢米，得每百文物力所放錢米率。以各率乘今來物力，各得錢米，為明年兩稅合放數。

الطريقة: تُحل بطرق تحويل الحبوب والتوزيع التدريجي. نأخذ قيمة الممتلكات الأصلية كمقسوم عليه. نقسم النقد والأرز المعفيَّين عليها للحصول على معدلات الإعفاء لكل 100 ون. نضرب كل معدل في قيمة الممتلكات الحالية للحصول على مبالغ تخفيض الضرائب للعام المقبل.

米穀粒分—عدد حبات الأرز والحبوب

問：開倉受約，有甲户米一千五百三十四石。到廊驗得米内夾穀，乃於樣内取米一捻，數計二百五十四粒，内有穀二十八顆。凡粒米率每勺三百。

السؤال: عند فتح المخزن لاستلام التسليم، سلّمت الأسرة أ 1,534 شي من الأرز. عند التفتيش وُجد أن الأرز مخلوط بحبوب غير مقشرة. أُخذت قبضة من العينة: 254 حبة، منها 28 حبة غير مقشرة. المعدل القياسي 300 حبة لكل شاو. أوجد كمية الحبوب غير المقشرة المخلوطة وكمية الأرز المخصومة وإجمالي عدد الحبات.

答曰：米一千三百六十四石八斗九升七合六勺一百二十七分勺之四十八；穀一百六十九石一斗二合三勺一百二十七分勺之七十九。合折米八十四石五斗五升一合一勺一百二十七分勺之一百三。原米折米共計四十三億四千八百三十四萬六千四百五十六粒。

術曰：以粟米求之，衰分入之。置樣米粒數為法，以常穀顆數減之，餘與穀為列衰。可約約之。以共米乘列衰為各實，實如法而一，各得米數穀數。

الجواب: الأرز: 1,364 شي 8 دو 9 شنغ 7 قه 6 شاو + 48/127 شاو. الحبوب: 169 شي 1 دو 2 قه 3 شاو + 79/127 شاو. الأرز المخصوم المحوّل: 84 شي 5 دو 5 شنغ 1 قه 1 شاو + 103/127 شاو. إجمالي الحبات: 4,348,346,456.

الطريقة: تُحل بطريقة تحويل الحبوب مع تطبيق التوزيع التدريجي. نضع عدد حبات العينة كمقسوم عليه. نطرح عدد الحبوب غير المقشرة؛ الباقي وعدد الحبوب يشكلان المعدلات التدريجية. نختصر بالعوامل المشتركة إن أمكن. نضرب إجمالي الأرز في كل معدل لتكوين المقسومات. نقسم كلاً على المقسوم عليه للحصول على كميات الأرز والحبوب.

戶口食鹽—تقدير حصة ملح الأسر

問：某州管下九縣，依例歲敷食鹽：甲縣户一十四萬三千五百，乙縣户九萬七千四百，丙縣户七萬六千五百，丁縣户五萬四千三百二十，戊縣户四萬三千六百，已縣户三萬二千四百八十，庚縣户二萬六千七百五十，辛縣户一萬九千三百二十，壬縣户一萬二千五百六十。

答曰：甲縣三千一百八十九貫三百文；乙縣二千一百六十五貫二百文；丙縣一千七百文；丁縣一千二百六貫六百四十文；戊縣九百六十八貫文；已縣七百二十一貫六百文；庚縣五百九十四貫四百文；辛縣四百二十八貫九百六十文；壬縣二百七十九貫一百二十文。

術曰：以衰分求之。列各縣户數為列衰，副併為法。以共科鹽錢乘未併者，各為實。實如法而一，各得縣合納鹽錢。

السؤال: تُدير ولاية ما تسع مقاطعات توزّع الملح سنوياً: المقاطعة أ 143,500 أسرة، ب 97,400، ج 76,500، د 54,320، هـ 43,600، و 32,480، ز 26,750، ح 19,320، ط 12,560. إجمالي الأسر 486,820. تقدير ضريبة الملح 1 قوان ون بالقيمة الكاملة، يُدفع بأوراق هويزي. في ذلك الوقت: هويزي قديم بسعر 54 ون لكل قوان، وجديد بـ 270 ون لكل قوان. أوجد ضريبة الملح لكل مقاطعة.

الجواب: المقاطعة أ: 3,189 قوان 300 ون. ب: 2,165 قوان 200 ون. ج: 1,700 قوان. د: 1,206 قوان 640 ون. هـ: 968 قوان. و: 721 قوان 600 ون. ز: 594 قوان 400 ون. ح: 428 قوان 960 ون. ط: 279 قوان 120 ون.

الطريقة: تُحل بالتوزيع التدريجي. نُدرج عدد أسر كل مقاطعة كمعدلات تدريجية. نجمعها لتكوين المقسوم عليه. نضرب إجمالي ضريبة الملح في كل معدل غير مجموع لتكوين المقسومات. نقسم كل مقسوم على المقسوم عليه للحصول على دفعة ضريبة الملح لكل مقاطعة.

卷六上　錢穀類—الجزء السادس أ: النقود والحبوب

按：錢穀一章，專主粟米互換、輕齎折納、本息推求之事。蓋古者九章有粟米一章，以御交質變易；又有商功一章，以御功程積實。此則合而廣之。

ملاحظة تحريرية: هذا الجزء عن النقود والحبوب يتخصص في تحويل الحبوب والمدفوعات المحوّلة بالبضائع الخفيفة وحسابات الأصل والفوائد. «الفصول التسعة» القديمة كانت تتضمن فصلاً عن تحويل الحبوب لإدارة المقايضة، وفصلاً عن حساب البناء لإدارة أعمال العمالة والحجوم. هذا الجزء يجمع بينهما ويوسعهما، مغطياً إيرادات ومصروفات النقود والحبوب وتقلبات أسعار السلع وعبء رسوم النقل وتعقيدات إجراءات التحويل.

此卷凡九問：一曰課糴，二曰折解輕齎，三曰僦直推原，四曰推求本息，五曰易牒知原，六曰粟米交易，七曰計米易麴，八曰回運費，九曰三色均價。皆錢穀之屬也。

يحتوي هذا الجزء على تسع مسائل: (1) تقدير شراء الحبوب، (2) حوالة البضائع الخفيفة المحوّلة، (3) تتبع الإيجار إلى أصله، (4) حساب الأصل والفوائد، (5) معرفة الأصل من الشهادات المحوّلة، (6) تبادل الحبوب والأرز، (7) حساب الأرز للخميرة، (8) رسوم النقل المستردة، (9) السعر المتوسط ثلاثي الألوان. جميعها تتعلق بالنقود والحبوب.

課糴—تقدير شراء الحبوب

問：差人五路和糴。據浙西平江府石價三十五貫文，一百三十五合，至鎮江水脚錢每石九百文；安吉州石價二十九貫五百文，一百一十合，至鎮江水脚錢每石一貫二百文；江西隆興府石價二十八貫一百文，一百一十五合，至建康水脚錢每石一貫七百文；吉州石價二十五貫八百五十文，一百二十合，至建康水脚錢每石二貫九百文；湖南潭州石價二十七貫三百文，一百一十八合，至鄂州水脚錢每石一貫七百文。

السؤال: أُرسل مسؤولون إلى خمس دوائر لشراء الحبوب الحكومية. البيانات: ولاية بينغجيانغ في جهجي --- السعر 35 قوان لكل شي، 135 قه (لكل دو)، نقل مائي إلى جنجيانغ 900 ون لكل شي. ولاية آنجي --- 29 قوان 500 ون، 110 قه، نقل 1 قوان 200 ون. ولاية لونغشينغ في جيانغشي --- 28 قوان 100 ون، 115 قه، نقل إلى جيانكانغ 1 قوان 700 ون. جيجو --- 25 قوان 850 ون، 120 قه، نقل 2 قوان 900 ون. تانجو في هونان --- 27 قوان 300 ون، 118 قه، نقل إلى أجو 1 قوان 700 ون. أوجد سعر كل شي بمعيار هو المكتب الرسمي وقارن بين أسعارها.

答曰：文思院斛石錢：安吉州二十三貫一百六十四文一十一分文之六；平江府二十二貫七十一文二十七分文之二十三；隆興府二十一貫五百七文二十三分文之一十九；潭州二十貫六百七十九文五十九分文之四十九；吉州一十九貫八百八十五文十二分文之五。

الجواب: سعر شي معيار مكتب ونسي: آنجي 23 قوان 164 ون + 6/11 ون. بينغجيانغ 22 قوان 71 ون + 23/27 ون. لونغشينغ 21 قوان 507 ون + 19/23 ون. تانجو 20 قوان 679 ون + 49/59 ون. جيجو 19 قوان 885 ون + 5/12 ون.

術曰：以粟米互換求之。置石價併水脚，乘石數，又乘官斗合數為實。各如本州合數而一，各得官解石錢。以課貴賤。

الطريقة: تُحل بطريقة تحويل الحبوب. نضع سعر الشي مضافاً إلى رسوم النقل المائي، ثم نضرب في عدد الشي، ثم في عدد قه الدو الرسمي لتكوين المقسوم. نقسم كلاً على عدد قه الدائرة المعنية للحصول على سعر شي المعيار الرسمي. نقارن لتحديد الأغلى والأرخص.

卷六下　錢穀類（續）—الجزء السادس ب: النقود والحبوب (تابع)

僦直推原—تتبع الإيجار إلى أصله

問：房廊數內，一户日納一百五十六文八分足為準。指揮未曾經減者，減三分；已曾經減三分者，減二分；已曾經減二分者，更減二分。今本户累經減者，欲知原額房錢幾何？

السؤال: من سجلات إيجار المتاجر، أسرة واحدة تدفع حالياً 156 ون 8 فن بالقيمة الكاملة يومياً كمعيار. اللوائح تنص على: من لم يُخفّض يحصل على تخفيض 3/10؛ ومن خُفّض 3/10 يحصل على تخفيض إضافي 2/10؛ ومن خُفّض 2/10 يحصل على تخفيض آخر 2/10. هذه الأسرة خضعت لتخفيضات تراكمية. أوجد مبلغ الإيجار الأصلي.

答曰：原額三百五十文。

الجواب: المبلغ الأصلي: 350 ون.

術曰：以衰分求之。列一十分兩行，各三位；列減分，對減右行。以餘者相乘為法。以左行原列相乘，得納錢為實。實如法而一，得原額錢。

الطريقة: تُحل بالتوزيع التدريجي. نضع صفين من العشرات، كل صف بثلاثة مواضع. نُدرج كسور التخفيض ونطرح من الصف الأيمن. نضرب البواقي معاً لتكوين المقسوم عليه. نضرب الإدخالات الأصلية للصف الأيسر معاً، ثم نضرب في الدفعة الحالية لتكوين المقسوم. نقسم للحصول على الإيجار الأصلي.

草曰：列一十三位於左行，又列一十分三位於右行。其右上減去初減三分，右中減去次減二分，右下減去更減二分。右行餘七八八，以相乘得四百四十八為法。乃以左行三位一十分相乘，得一千為乘率。以乘見日納錢一百五十六文八分，得一百五十六貫八百文為實。實如法而一，得三百五十文。

الحل: نضع ثلاث عشرات في الصف الأيسر وثلاث عشرات في الصف الأيمن. من الأيمن العلوي نطرح التخفيض الأول 3/10 (10 - 3 = 7)، من الأوسط 2/10 (10 - 2 = 8)، من الأسفل 2/10 (10 - 2 = 8). بواقي الصف الأيمن 7 و8 و8 مضروبة معاً: 448 كمقسوم عليه. عشرات الصف الأيسر الثلاث مضروبة: 1,000 كمضاعف. نضرب في الدفعة اليومية الحالية 156 ون 8 فن: 156,800 ون كمقسوم. نقسم على 448: 350 ون كإيجار الأسرة الأصلي.

推求本息—حساب الأصل والفوائد

問：三庫息例：萬貫以上一釐，千貫以上二釐五毫，百貫以上三釐。甲庫本四十九萬三千八百貫，乙庫本三十七萬三百貫，丙庫本二十四萬六千八百貫。今三庫共約到息錢二萬五千六百四十四貫二百文。其典率：甲反錐差，乙方錐差，丙蒺藜差。

السؤال: لثلاثة خزائن قواعد فوائد كالتالي: فوق 10,000 قوان تدفع 1 لي (0.001)، فوق 1,000 قوان تدفع 2.5 لي (0.0025)، فوق 100 قوان تدفع 3 لي (0.003). الخزانة أ: رأسمال 493,800 قوان. الخزانة ب: 370,300 قوان. الخزانة ج: 246,800 قوان. إجمالي الفوائد المحصّلة 25,644 قوان 200 ون. معدلات التقدير: أ تستخدم الفرق المخروطي المقلوب، ب الفرق المخروطي المربع، ج فرق حسكة الجمال. أوجد الأصل والفوائد لكل خزانة.

答曰：甲庫共納息九千五十三貫文：一釐息二千四百六十九貫文，二釐半息四千一百一十五貫文，三釐息二千四百六十九貫文。**乙庫**共納息一萬五十一貫文。**丙庫**共納息六千五百四十貫二百文。

الجواب: الخزانة أ إجمالي الفوائد 9,053 قوان: معدل 1 لي 2,469 قوان؛ معدل 2.5 لي 4,115 قوان؛ معدل 3 لي 2,469 قوان. **الخزانة ب** إجمالي 10,051 قوان: معدل 1 لي 264 قوان 500 ون؛ 2.5 لي 2,645 قوان؛ 3 لي 7,141 قوان 500 ون. **الخزانة ج** إجمالي 6,540 قوان 200 ون: معدل 1 لي 246 قوان 800 ون؛ 2.5 لي 1,851 قوان؛ 3 لي 4,442 قوان 400 ون.

術曰：置諸庫諸色之差，照釐率為三行。縱併之為約率，橫命之為乘率。以約率各約自庫之本，各得。以遍乘未併乘率，然後各以釐率橫乘之，次以縱併之，為各庫共息。

الطريقة: نضع فروقات كل خزانة حسب فئاتها مرتبة كثلاثة صفوف وفق معدلات اللي. نجمع عمودياً للحصول على معدلات الاختصار، ونعيّن أفقياً كمعدلات ضرب. نقسم رأسمال كل خزانة على معدل اختصارها للحصول على الحاصل. نضرب في معدلات الضرب غير المجموعة، ثم نضرب أفقياً في كل معدل لي، وأخيراً نجمع عمودياً للحصول على إجمالي فوائد كل خزانة.

易牒知原—معرفة الأصل من الشهادات المحوّلة

［按］按舊本此問無題，今增入。

[ملاحظة تحريرية] ملاحظة: الطبعة الأصلية لم تتضمن نص هذه المسألة؛ وقد أُعيد إدراجها هنا.

問：出度牒差人營運：每三道易鹽一十三袋，鹽二袋易布八十四疋，布一十五疋易絹三疋半，絹六疋易銀七兩二錢。今趂到銀九千一百七十二兩八錢。欲知原闊度牒道數幾何？

السؤال: صُدرت شهادات رسمية (دو دي) لإرسال وكلاء للتجارة: كل 3 شهادات تُبدل بـ 13 كيساً من الملح؛ 2 كيس ملح يُبدلان بـ 84 قطعة قماش؛ 15 قطعة قماش تُبدل بـ 3.5 قطعة حرير؛ 6 قطع حرير تُبدل بـ 7.2 ليانغ فضة. حُصّلت الآن 9,172.8 ليانغ من الفضة. أوجد عدد الشهادات الأصلية الصادرة.

答曰：度牒一百八十道。

الجواب: الشهادات: 180.

術曰：以粟米互乘易法求之。列各數以本色相對，如鴈翅。以多一事者相乘為實，以少一事者相乘為法，除之。

الطريقة: تُحل بطريقة تحويل الحبوب باستخدام الضرب المتبادل للتبادل. نُدرج كل زوج من الأعداد مع سلعها الأصلية متقابلة كجناحي الإوز. نضرب الأعداد ذات البند الإضافي في السلسلة لتكوين المقسوم، ونضرب ذات البند الناقص لتكوين المقسوم عليه. نقسم للحصول على الجواب.

草曰：先以度牒三道乘鹽二袋，得六。以乘布一十五，得九十。又乘絹六疋，得五百四十。乃乘銀九萬一千七百二十八錢，得四千九百五十三萬三千一百二十錢為實。次以鹽一十三袋乘布八十四，得一千九百九十二。以乘絹三疋五分，得六千九百七十二。乃乘銀七兩二錢，得五十萬一千九百八十四錢為法。除實，得一百八十道。

الحل: أولاً نضرب الشهادات 3 في الملح 2 أكياس = 6. نضرب في القماش 15 = 90. نضرب في الحرير 6 = 540. نضرب في الفضة 91,728 تشيان (9,172.8 ليانغ محوّلة) = 49,533,120 تشيان كمقسوم. ثم نضرب الملح 13 في القماش 84 = 1,992. نضرب في الحرير 3.5 = 6,972. نضرب في الفضة 7.2 ليانغ = 501,984 تشيان كمقسوم عليه. نقسم: 49,533,120/501,984 = 180 شهادة.

粟米交易—تبادل الحبوب والأرز

問： 菽三升易小麥二升，小麥一升五合易油麻八合，油麻一升二合易粳米一升八合。今將菽一十四石四斗欲易油麻，又將小麥二十一石六斗欲易粳米。問各幾何？

السؤال: 3 شنغ من الفول تُبدل بـ 2 شنغ من القمح الصغير، 1.5 شنغ من القمح الصغير تُبدل بـ 8 قه من السمسم، 1.2 شنغ من السمسم تُبدل بـ 1.8 شنغ من الأرز المصقول. الآن يُراد إبدال 14 شي 4 دو من الفول بالسمسم، و21 شي 6 دو من القمح الصغير بالأرز المصقول. أوجد كل كمية.

答曰： 油麻五石一斗二升；粳米一十七石二斗八升。

الجواب: السمسم: 5 شي 1 دو 2 شنغ. الأرز المصقول: 17 شي 2 دو 8 شنغ.

術曰： 以粟米換易求之。置原易率，本色對列，如鴈翅。以多一事者相乘為實，以少一事者相乘為法，除之。各得或問數，不干其率者不置。

الطريقة: تُحل بطريقة تبادل تحويل الحبوب. نضع معدلات التبادل الأصلية مع السلع الأصلية متقابلة كجناحي الإوز. نضرب ذات البند الإضافي لتكوين المقسوم، ونضرب ذات البند الناقص لتكوين المقسوم عليه. نقسم للحصول على الأجوبة. البنود غير المتصلة بالسلسلة المعنية لا تُستخدم.

草曰： 置四色六數，列六位率，如鴈翅，皆化為合。先將菽一十四石四斗化作一萬四千四百合。次將小麥二十一石六斗化為二萬一千六百合。

الحل: نضع أربع سلع بستة أعداد مرتبة في ستة مواضع كجناحي الإوز، وكلها محوّلة إلى قه. أولاً نحوّل الفول 14 شي 4 دو إلى 14,400 قه. ثم القمح الصغير 21 شي 6 دو إلى 21,600 قه. الرسم البياني العلوي: نضرب الفول 14,400 قه في معدل القمح 20 = 288,000؛ ثم في السمسم 8 قه = 2,304,000 قه كمقسوم السمسم. نضرب الفول 30 قه في القمح 15 قه = 450 قه كمقسوم عليه. نقسم: 5,120 قه = 5 شي 1 دو 2 شنغ سمسم. الرسم البياني السفلي: نضرب القمح 21,600 قه في السمسم 8 قه = 172,800 قه؛ ثم في الأرز 18 قه = 3,114,000 قه كمقسوم. نقسم على 180 قه: 17,280 قه = 17 شي 2 دو 8 شنغ أرز مصقول.

計米易麴—حساب الأرز لإنتاج الخميرة

問： 庫率：粳穀七石出米三石，糯米一斗易小麥一斗七升，小麥五升踏麴二斤四兩，麴一百一十斤醞糯米一石三斗。今有糯穀一千七百五十九石三斗八升，欲出穀做米，易麥踏麴，還自醞，餘穀之米須令適足。各合幾何？

السؤال: معدلات المخزن: 7 شي من حبوب الأرز اللزج تنتج 3 شي أرز، 1 دو من الأرز اللزج يُبدل بـ 1 دو 7 شنغ قمح صغير، 5 شنغ من القمح الصغير تنتج 2 جين 4 ليانغ خميرة، 110 جين من الخميرة تخمّر 1 شي 3 دو من الأرز اللزج. يوجد الآن 1,759 شي 3 دو 8 شنغ من الحبوب اللزجة. يُراد تقشير الحبوب لصنع الأرز، وإبداله بالقمح، واستخدام القمح لإنتاج الخميرة، وتخمير أرز الحبوب المتبقية بهذه الخميرة بحيث تكون كافية تماماً. أوجد كل كمية.

答曰： 共穀一千七百五十九石三斗八升。出穀九百二十四石，得米三百九十六石。易麥六百七十三石二斗。踏麴三萬二百九十四斤。餘穀八百三十五石三斗八升。醞米三百五十八石二升。

術曰： 以粟米換易求之。置諸率，隨本色對列，如鴈翅。有分者通之，異類者變之，以頭位者進乘之，以下位退乘之，得合數。

الجواب: إجمالي الحبوب: 1,759 شي 3 دو 8 شنغ. الحبوب المقشرة: 924 شي، تنتج أرزاً 396 شي. القمح المحصّل: 673 شي 2 دو. الخميرة المنتجة: 30,294 جين. الحبوب المتبقية: 835 شي 3 دو 8 شنغ. الأرز المخمّر: 358 شي 2 شنغ.

الطريقة: تُحل بطريقة تبادل تحويل الحبوب. نضع المعدلات مع السلع الأصلية متقابلة كجناحي الإوز. حيث توجد كسور نحوّلها؛ وحيث تختلف السلع نُغيّرها. نضرب تقدمياً من الأعلى للأسفل وتراجعياً من الأسفل للأعلى للحصول على الأعداد المركبة. حيث تتقابل الأزواج نضربها؛ وحيث لا يوجد نظير نعيّن مباشرة --- وهذه تصبح المعدلات.

回運費—رسوم النقل المستردة

問： 有江西水運米一十二萬三千四百石，原係鎮江交卸，計水程二千一百三十里，每石水脚錢一貫二百文。今截上件米就池州安頓，池州至鎮江八百八十里。欲收回不該水脚錢幾何？

السؤال: أرز منقول بحراً من جيانغشي، كان مخصصاً أصلاً للتفريغ في جنجيانغ، بطريق مائي 2,130 لي ورسوم نقل 1 قوان 200 ون لكل شي. الآن حُوّل هذا الأرز للتخزين في تشيجو بدلاً منها؛ المسافة من تشيجو إلى جنجيانغ 880 لي. أوجد رسوم النقل المائي التي يجب استردادها (عن الطريق الذي لم يُقطع).

答曰： 收回錢六萬一千一百七十八貫五百九十一文。

الجواب: المبلغ المسترد: 61,178 قوان 591 ون.

術曰： 以粟米互易求之。置池州至鎮江里數，乘水脚錢，得數又乘運米為實。以原至鎮江水程為法，除實，得收回錢。

الطريقة: تُحل بطريقة تحويل الحبوب. نأخذ المسافة من تشيجو إلى جنجيانغ باللي، ونضرب في رسوم النقل المائي لكل شي، ثم نضرب في كمية الأرز لتكوين المقسوم. نأخذ المسافة الأصلية إلى جنجيانغ كمقسوم عليه. نقسم للحصول على الرسوم المستردة.

草曰： 置池州至鎮江八百八十里，乘每石水脚錢一貫二百，得一千五十六貫文。又乘運米一十二萬三千四百石，得一億三千三十一萬四百貫文為實。以原至鎮江水程二千一百三十里為法，除實，得六萬一千一百七十八貫五百九十一文。

الحل: نأخذ تشيجو إلى جنجيانغ 880 لي، نضرب في رسوم النقل 1 قوان 200 ون لكل شي = 1,056 قوان. نضرب في كمية الأرز 123,400 شي = 130,310,400 قوان كمقسوم. نقسم على الطريق الأصلي 2,130 لي: 130,310,400/2,130 = 61,178 قوان 591 ون كرسوم النقل المستردة.

三色均價—السعر المتوسط ثلاثي الألوان

問：庫有三色金共五千兩：内八分金一千二百五十兩，兩價四百貫文；七分五釐金一千六百兩，兩價三百七十五貫文；八分五釐金二千一百五十兩，兩價四百二十五貫文。並欲煉為足色，每兩工食藥炭錢三貫文，耗金九百七十二兩五錢。

السؤال: يحتوي خزانة على ثلاث رتب من الذهب بإجمالي 5,000 ليانغ: ذهب 8 فن (نقاء 80%) 1,250 ليانغ بسعر 400 قوان لكل ليانغ؛ ذهب 7.5 فن (75%) 1,600 ليانغ بـ 375 قوان؛ ذهب 8.5 فن (85%) 2,150 ليانغ بـ 425 قوان. يُراد تنقية الجميع إلى نقاء كامل (10 فن)، بتكلفة عمل وطعام ودواء وفحم 3 قوان لكل ليانغ، وفاقد ذهب 972.5 ليانغ. أوجد درجة النقاء وسعر كل ليانغ من الذهب المنقّى.

答曰：色十分；兩價五百三貫七百二十四文，五百三十七分文之二百一十二。

الجواب: النقاء: 10 فن (كامل). السعر لكل ليانغ: 503 قوان 724 ون + 212/537 ون.

術曰：以方田及粟米求之。置共數，以耗減之，餘為法。以三色分數各乘兩數，併之為色分實。以三色價數各乘兩數為寄，以工藥價乘共金，併寄，共為價實。二實皆如法而一，即各得。

الطريقة: تُحل بطرق الحقول المستطيلة وتحويل الحبوب. نأخذ الإجمالي ونطرح الفاقد، والباقي هو المقسوم عليه. نضرب نقاء كل رتبة في كميتها بالليانغ ونجمع لتكوين مقسوم النقاء. نضرب سعر كل رتبة في كميتها كمراكم، ونضرب تكلفة العمل/الدواء في إجمالي الذهب ونضيف إلى المراكم لتكوين مقسوم السعر. نقسم كلا المقسومين على المقسوم عليه للحصول على الأجوبة.

草曰：置共金五千兩，減耗九百七十二兩五錢，外餘四千二十七兩五錢為法。次置一千二百五十兩，乘八分，得一萬分於上。置一千六百兩，以七分五釐乘之，得一萬二千分，加上。置二千一百五十兩，乘八分五釐，得一萬八千二百七十五分，又加上，共得四萬二百七十五分為分實。

الحل: نأخذ إجمالي الذهب 5,000 ليانغ، نطرح الفاقد 972.5 ليانغ: 4,027.5 ليانغ كمقسوم عليه. 1,250 ليانغ × 8 فن = 10,000 فن. 1,600 ليانغ × 7.5 فن = 12,000 فن. 2,150 ليانغ × 8.5 فن = 18,275 فن. مجموع مقسوم النقاء = 40,275 فن. 1,250 × 400 = 500,000 قوان. 1,600 × 375 = 600,000 قوان. 2,150 × 425 = 913,750 قوان. 5,000 × 3 = 15,000 قوان. مجموع مقسوم السعر = 2,028,750 قوان. نقسم على 4,027.5: النقاء = 10 فن. السعر = 503 قوان 724 ون، باقٍ 212/537 ون.

貴賤互易—تبادل السلع القيّمة

問：有甲乙丙三等人互易物貨：甲以金十二兩易乙銀，乙以銀一十五兩易丙絹，丙以絹二十四疋易甲金。其時金每兩價四百貫，銀每兩價三十二貫，絹每疋價二十五貫。

السؤال: ثلاثة أشخاص أ وب وج يتبادلون السلع: أ يبدل 12 ليانغ ذهب بفضة ب؛ ب يبدل 15 ليانغ فضة بحرير ج؛ ج يبدل 24 قطعة حرير بذهب أ. في ذلك الوقت: الذهب 400 قوان لكل ليانغ، الفضة 32 قوان لكل ليانغ، الحرير 25 قوان لكل قطعة. أوجد قيمة ما يحصل عليه كل طرف.

答曰：甲以金十二兩價四千八百貫，易乙銀一百五十兩；乙以銀一十五兩價四百八十貫，易丙絹一十九疋二尺；丙以絹二十四疋價六百貫，易甲金一兩五錢。

الجواب: أ يبدل 12 ليانغ ذهب (قيمتها 4,800 قوان) بـ 150 ليانغ فضة من ب. ب يبدل 15 ليانغ فضة (480 قوان) بـ 19 قطعة و2 تشي حرير من ج. ج يبدل 24 قطعة حرير (600 قوان) بـ 1.5 ليانغ ذهب من أ.

術曰：以粟米互換求之。置各人物數，各乘其價為實，各以所易物價為法，實如法而一，各得所易之數。

الطريقة: تُحل بطريقة تبادل تحويل الحبوب. نأخذ كمية سلعة كل شخص ونضرب في سعرها لتكوين المقسوم. نأخذ سعر السلعة المبدلة بها كمقسوم عليه. نقسم للحصول على الكمية المستلمة.

草曰：置甲金十二兩，乘價四百貫，得四千八百貫為實。以銀價三十二貫為法除之，得一百五十兩為甲易乙之銀。置乙銀一十五兩，乘價三十二貫，得四百八十貫為實。以絹價二十五貫為法除之，得一十九疋餘五貫。置丙絹二十四疋，乘價二十五貫，得六百貫為實。以金價四百貫為法除之，得一兩五錢。

الحل: نأخذ ذهب أ 12 ليانغ، نضرب في السعر 400 قوان = 4,800 قوان كمقسوم. نقسم على سعر الفضة 32 قوان = 150 ليانغ كفضة يحصل عليها أ من ب. نأخذ فضة ب 15 ليانغ، نضرب في 32 قوان = 480 قوان كمقسوم. نقسم على سعر الحرير 25 قوان = 19 قطعة وباقٍ 5 قوان؛ نحوّل الباقي: 2 جانغ، فيحصل ب على 19 قطعة و2 جانغ حرير. نأخذ حرير ج 24 قطعة، نضرب في 25 قوان = 600 قوان. نقسم على سعر الذهب 400 قوان = 1.5 ليانغ ذهب.

校記與説明—الحواشي والتوضيحات

文本結構説明：本數學九章卷五、卷六擴充版，每題皆依古法，分問、答、術、草四部。問者，設題之辭也，述其事而列其數；答者，告其果也，具列所求之數；術者，述其法也，以抽象的數學語言述解法之大意；草者，演其算也，以具體之數逐步演算。

1. **問（Wèn）**——設題陳述
2. **答（Dá）**——逐一列出各項數值答案
3. **術（Shù）**——數學方法的概括性描述
4. **草（Cǎo）**——詳細的演算過程

شرح بنية النص: تحافظ هذه الطبعة الموسعة من «تسعة فصول في الفن الرياضي» (الجزءان الخامس والسادس) على البنية التقليدية ذات الأجزاء الأربعة لكل مسألة:

1. **ون (السؤال)** --- نص المسألة الذي يصف الوضع ويسرد البيانات المعطاة
2. **دا (الجواب)** --- سرد جميع الإجابات العددية
3. **شو (الطريقة)** --- وصف عام رياضي دون أرقام محددة
4. **تساو (الحل)** --- حساب بأرقام تفصيلي بخطوة خطوة محددة

按語説明：文中標以「[按]」者，為編校者所加之按語。或訂正原文之訛誤，或疏通題意之晦澀，或揭示術草之原理。

توضيح الملاحظات: الفقرات المعلّمة بـ«[ملاحظة تحريرية]» هي ملاحظات توضيحية أضافها المحررون. قد تصحح أخطاء النسخ في الأصل، أو توضح نصوص المسائل الغامضة، أو تشرح المبادئ الكامنة وراء الطرق والحسابات. هذه الملاحظات شائعة في طبعة سيكو كوانشو، وقد أُضيفت أثناء المقابلة بين النسخ.

卷五賦役類總論：賦役類凡九問，皆以差分、衰分、粟米諸法求解。其大要在於均平賦稅、合理分攤。

نظرة عامة على الجزء الخامس: الضرائب والسُّخرة. يحتوي على تسع مسائل، تُحل جميعها بطرق التوزيع التفاضلي والتوزيع التدريجي وتحويل الحبوب. الموضوع الأساسي هو العدالة الضريبية والتوزيع العادل.

卷六錢穀類總論：錢穀類凡九問，皆以粟米互換、均輸、衰分諸法求解。其大要在於錢穀之出入、物價之折算、運脚之計算。

نظرة عامة على الجزء السادس: النقود والحبوب. يحتوي على تسع مسائل، تُحل جميعها بتبادل تحويل الحبوب والنقل المتعادل والتوزيع التدريجي. الموضوع الأساسي هو إيرادات ومصروفات النقود والحبوب، وتحويل أسعار السلع، وحساب رسوم النقل.

秦九韶與數學九章：秦九韶（約 1202 年—1261 年），字道古，南宋著名數學家。數學九章成書於淳祐七年（1247 年），凡十八卷，分為九類：大衍、天時、田域、測望、賦役、錢穀、營建、軍旅、市易。

تشين جيوشاو و«تسعة فصول في الفن الرياضي»: تشين جيوشاو (حوالي 1202--1261م)، كنيته داوقو، عالم رياضيات شهير من عصر سونغ الجنوبي. أُنجز كتاب «تسعة فصول في الفن الرياضي» عام 1247م في ثمانية عشر جزءاً مقسمة إلى تسعة أصناف: التمديد الكبير، الفلك والتقويم، حدود الحقول، المساحة، الضرائب والسُّخرة، النقود والحبوب، البناء، اللوجستيات العسكرية، وتبادل الأسواق. يجمع العمل بين إنجازات السابقين ويقدم ابتكارات، أبرزها «طريقة دايان لطلب الوحدة» --- حل أنظمة التطابقات الخطية --- وهي من أبرز إنجازات الرياضيات الصينية الكلاسيكية.

版本説明：本擴充版以四庫全書本為底本，參以諸家校本，擴充術草之闕略，增補按語之疏解。

ملاحظات الطبعة: تتخذ هذه الطبعة الموسعة طبعة سيكو كوانشو (المكتبة الكاملة للخزائن الأربع) كنص أساسي، مع الرجوع إلى طبعات مقابلة متعددة، وتوسيع الطرق والحسابات المختصرة، وإضافة شروحات تحريرية. جميع الإضافات تسعى للتوافق مع أسلوب الأصل ومبادئ الرياضيات.

نهاية الجزءين الخامس والسادس من «تسعة فصول في الفن الرياضي»

宋　秦九韶　撰

依《欽定四庫全書》子部天文算法類本

طبقاً لنسخة «المكتبة الكاملة للخزائن الأربع» --- قسم الفلك والرياضيات

數學九章・卷五卷六

雙語版 | Bilingual Chinese–Arabic Edition

傳統數學文本結構保存

公共領域——四庫全書本

Public Domain — Siku Quanshu Edition

欽定四庫全書

子部

數學九章

卷七至卷九

تسعة فصول في الفن الرياضي

التاسع إلى السابع الأجزاء

Qin Jiushao fasc 9--7

宋　秦九韶　撰

字道古，約 1202–1261

تشين جيوشاو • عالم رياضيات صيني من عصر سونغ

1261م سنة نحو وتوفي 1202م سنة نحو وُلد داوقو، كُنية

成書　淳祐七年（1247）

底本　依《欽定四庫全書》本

依《欽定四庫全書》本

卷七：營建類（計作清臺、築隄岸、開河渠、造橋梁、修城池等）

卷八：軍旅類（方營、圓營、望敵、軍衣、糧運等）

卷九：市易類（糴米、均貨、茶鹽、錢陌、物價、販運等）

الجزء السابع: فئة البناء والتشييد -- 7 مسائل

مسائل 7 -- العسكرية الشؤون فئة الثامن: الجزء

مسائل 7 -- والمبادلات التجارة فئة التاسع: الجزء

Contents

引言

數學九章，宋秦九韶撰，成書於淳祐七年（1247）。全書凡九卷，分九大類，承九章算術之緒而推廣之，為中國古代數學最重要之典籍之一。
九類者：大衍、天時、田域、測望、賦役、錢穀、營建、軍旅、市易。本編收錄卷七至卷九，計營建、軍旅、市易三類，凡營造、兵事、商貨之算題。

- **卷七**：營建類（計作清臺、築隄岸、開河渠等）
- **卷八**：軍旅類（方營、圓營、望敵、軍衣、糧運等）
- **卷九**：市易類（糴米、均貨、茶鹽、錢陌、物價等）

每問有四部分：

- **問**：設問條件
- **答曰**：所得答案
- **術曰**：解法或算法
- **草曰**：詳細運算

«تسعة فصول في الفن الرياضي» (شوشيويه جيوجانغ)، من تأليف تشين جيوشاو من عصر سونغ، أُكمل في سنة 1247م. يتألف الكتاب من تسعة أجزاء في تسع فئات، ويوسّع الإطار الكلاسيكي لكتاب «تسعة فصول في فن الحساب»، وهو من أهم المؤلفات في تاريخ الرياضيات الصينية.
المساحات، الفلكية، الأرصاد المحدد، غير التحليل هي: التسع الفئات والتشييد، البناء والحبوب، العملة والسخرة، الضرائب المزولة، قياسات إلى السابع من الأجزاء الجزء هذا يقدم والتجارة. العسكرية، الشؤون التاسع:

- **السابع الجزء**: والتشييد البناء
- **الثامن الجزء**: العسكرية الشؤون
- **التاسع الجزء**: والمبادلات التجارة

لكل مسألة أربعة أجزاء:

- **السؤال**: ووصفها المسألة شروط
- **الجواب**: العددية الإجابة
- **الطريقة**: الحل طريقة أو الخوارزمية
- **الحل**: بخطوة خطوة التفصيلي الحساب

1 卷七上　營建類—البناء والتشييد— الجزء السابع (الجزء الأول)

營建類

البناء والتشييد

計作清臺、築隄岸、開河渠、造橋梁、修城池等

العمارة والهندسة وأعمال الحفر والمشاريع الهيدروليكية

營建類算題，涉及築臺、修堤、掘渠、造橋、葺城等工程事務，須計算土方、材料、人工、幾何尺寸等。

تتضمن فئة البناء والتشييد مسائل تتعلق بالهندسة المعمارية وحسابات أعمال الحفر والمشاريع الهيدروليكية والتخطيط الإنشائي. تتطلب هذه المسائل حساب الأحجام والمواد المطلوبة وتوزيع العمالة والأبعاد الهندسية لمشاريع البناء العملية.

1.1 計作清臺—بناء مصطبة تشينغ

第一問：問刱築清臺一所，正高一十二丈，上廣五丈，袤七丈，下廣一十五丈，袤一十七丈。其袤當東西，廣當南北。北秋程人日行六十里，里法三百六十步。钁土鍬土每工各二百尺，築土每工九十尺，每擔土壤一丈遠。今欲築此臺，問：需要多少工日？

السؤال —: يُراد بناء مصطبة تشينغ. ارتفاعها الحقيقي اثنا عشر جانغ؛ العرض العلوي خمسة جانغ، والطول العلوي سبعة جانغ؛ العرض السفلي خمسة عشر جانغ، والطول السفلي سبعة عشر جانغ. الطول يمتد شرقاً--غرباً، والعرض يمتد شمالاً--جنوباً. بمعيار عمل الخريف، يمشي العامل ستين لي في اليوم (اللي = 360 بو). لحفر التراب وتفكيكه، كل عامل يعالج مئتي تشي مكعب؛ لدكّ التراب، كل عامل يعالج تسعين تشي مكعباً؛ كل حمّال ينقل التراب مسافة جانغ واحد. فكم عدد أيام العمل المطلوبة؟

答曰：開方及積尺數，以定工日。用工若干萬工。

الجواب: باستخراج الجذور التربيعية وحساب التشي المكعب، تُحدَّد أيام العمل. إجمالي العمالة المطلوبة هو عدد معين من عشرات الآلاف من أيام العمل.

術曰：按臺體為塹堵，用上廣袤、下廣袤及高相求，得積數。臺積術曰：上下廣袤各自相乘，又上下廣袤交叉相乘，并之，以高乘之，三而一，得臺積。以各工率除之，得工日。

الطريقة: جسم المصطبة هو شبه منحرف مقطوع (مجسم إحباطي). باستخدام الأبعاد العلوية والسفلية مع الارتفاع، نجد الحجم. طريقة حجم المصطبة: نضرب العرض العلوي في الطول العلوي؛ ونضرب العرض السفلي في الطول السفلي؛ ثم نضرب العرض العلوي في الطول السفلي، والطول العلوي في العرض السفلي؛ نجمع الجداءات الأربعة؛ نضرب في الارتفاع؛ نقسم على ثلاثة فنحصل على حجم المصطبة. نقسم على معدلات العمل المختلفة لنحصل على أيام العمل.

草曰：上廣 $= 5$ 丈，上袤 $= 7$ 丈，下廣 $= 15$ 丈，下袤 $= 17$ 丈，高 $= 12$ 丈。

1. 上廣 $\times$ 上袤 $= 5 \times 7 = 35$
2. 下廣 $\times$ 下袤 $= 15 \times 17 = 255$
3. 上廣 $\times$ 下袤 $= 5 \times 17 = 85$
4. 上袤 $\times$ 下廣 $= 7 \times 15 = 105$

四數相并：$35 + 255 + 85 + 105 = 480$
以高乘之：$480 \times 12 = 5760$
三而一：$\dfrac{5760}{3} = 1920$（立方丈）
換為立方尺：$1920 \times 1000 = 1{,}920{,}000$（立方尺）
按各工率均攤，得總工若干。

الحل: العرض العلوي $5 =$ جانغ، الطول العلوي $7 =$ جانغ، العرض السفلي $15 =$ جانغ، الطول السفلي $17 =$ جانغ، الارتفاع $12 =$ جانغ.

1. العلوي الطول $\times$ العلوي العرض $= 5 \times 7 = 35$
2. السفلي الطول $\times$ السفلي العرض $= 15 \times 17 = 255$
3. السفلي الطول $\times$ العلوي العرض $= 5 \times 17 = 85$
4. السفلي العرض $\times$ العلوي الطول $= 7 \times 15 = 105$

الأربعة: الجداءات مجموع $35 + 255 + 85 + 105 = 480$
الارتفاع: في نضرب $480 \times 12 = 5760$
ثلاثة: على نقسم $\dfrac{5760}{3} = 1920$ (جانغ)
مكعب: تشي إلى نحوّل $1920 \times 1000 = 1{,}920{,}000$ (تشي مكعب)
العمل. أيام إجمالي على لنحصل المختلفة العمل معدلات على نقسم

1.2 計築隄岸—بناء سدّ

第二問：問築隄一道，長一千八百丈。其隄橫截面：上闊一丈，下闊三丈，高一丈二尺。問：積土若干？用夫若干？

答曰：積土二百八十八萬立方尺，用夫若干。

術曰：隄體為長條截頭體。以上下闊并之，半之，得平均闊；以高乘之，得截面積；以長乘之，得積。術曰：上下廣各一，并而半之，以高乘之，又以長乘之，得堤積。

草曰：上闊 $= 1$ 丈，下闊 $= 3$ 丈，高 $= 1.2$ 丈，長 $= 1800$ 丈。
上下闊并半：$\dfrac{1+3}{2} = 2$（平均闊）
截面積：$2 \times 1.2 = 2.4$（平方丈）
積土：$2.4 \times 1800 = 4320$（立方丈）
換尺：$4320 \times 1000 = 4{,}320{,}000$（立方尺）

السؤال ٢: يُراد بناء سدّ بطول ألف وثمانمائة جانغ. مقطعه العرضي: العرض العلوي جانغ واحد، العرض السفلي ثلاثة جانغ، والارتفاع 1.2 جانغ. السؤال: ما حجم التراب؟ وكم عدد العمال المطلوبين؟

الجواب: حجم التراب هو 2,880,000 تشي مكعب، وعدد العمال المطلوبين هو كمية معينة.

الطريقة: جسم السدّ هو مجسم إحباطي مستطيل. نجمع العرض العلوي والسفلي وننصّف فنحصل على العرض المتوسط؛ نضرب في الارتفاع فنحصل على مساحة المقطع العرضي؛ نضرب في الطول فنحصل على الحجم. الطريقة: نجمع العرضين العلوي والسفلي وننصّف، نضرب في الارتفاع، ثم نضرب في الطول فنحصل على حجم السدّ.

الحل: العرض العلوي $1 =$ جانغ، العرض السفلي $3 =$ جانغ، الارتفاع $1.2 =$ جانغ، الطول $1800 =$ جانغ.
منصّفاً: العرضين مجموع $\dfrac{1+3}{2} = 2$ (العرض المتوسط)
العرضي: المقطع مساحة $2 \times 1.2 = 2.4$ (جانغ مربع)
التراب: حجم $2.4 \times 1800 = 4320$ (جانغ مكعب)
تشي: إلى التحويل $4320 \times 1000 = 4{,}320{,}000$ (تشي مكعب)

1.3 計開河渠—حفر قناة

第三問：問開河渠一道，長三千六百丈。渠口上廣八丈，底廣四丈，深二丈。每工日穿土六十尺，負土一尺遠。問：積土及用工各若干？

السؤال ٣: يُراد حفر قناة بطول ثلاثة آلاف وستمائة جانغ. فتحة القناة: العرض العلوي ثمانية جانغ، عرض القاع أربعة جانغ، العمق جانغان. كل عامل يحفر ستين تشي مكعباً في اليوم وينقل التراب مسافة تشي واحد. السؤال: ما الحجم الكلي للتراب؟ وكم عدد أيام العمل المطلوبة؟

答曰：積土若干立方尺，用工若干萬工。

الجواب: حجم التراب هو عدد معين من التشي المكعب، وأيام العمل المطلوبة هي عدد معين من عشرات الآلاف من العمال.

術曰：渠體為塹堵。上下廣并之，半之，以深乘之，得截面積；又以長乘之，得積。術同堤法。

الطريقة: جسم القناة هو مجسم إحباطي. نجمع العرض العلوي والسفلي وننصّف، نضرب في العمق فنحصل على مساحة المقطع العرضي؛ ثم نضرب في الطول فنحصل على الحجم. الطريقة مماثلة لطريقة السدّ.

草曰：上廣 $= 8$ 丈，底廣 $= 4$ 丈，深 $= 2$ 丈，長 $= 3600$ 丈。

上下廣并半：$\dfrac{8+4}{2} = 6$（平均闊）

截面積：$6 \times 2 = 12$（平方丈）

積土：$12 \times 3600 = 43200$（立方丈）

換尺：$43200 \times 1000 = 43{,}200{,}000$（立方尺）

用工：$\dfrac{43200000}{60} = 720{,}000$（工日）

الحل: العرض العلوي $8 =$ جانغ، عرض القاع $4 =$ جانغ، العمق $2 =$ جانغ، الطول $3600 =$ جانغ.

المتوسط) (العرض $\dfrac{8+4}{2} = 6$ منصّفاً: العرضين مجموع

مربع) (جانغ $6 \times 2 = 12$ العرضي: المقطع مساحة

مكعب) (جانغ $12 \times 3600 = 43200$ التراب: حجم

مكعب) (تشي $43200 \times 1000 = 43{,}200{,}000$ تشي: إلى التحويل

عمل) (يوم $\dfrac{43{,}200{,}000}{60} = 720{,}000$ العمل: أيام

2 卷七下　營建類（續）—(تابع) البناء والتشييد — الجزء السابع (الجزء الثاني)

2.1 計作石坝—بناء سدّ حجري

第四問：問作石坝一座，長五十丈，高一十丈，迎水面斜長十二丈，背水面斜長八丈。頂闊三丈，底闊一十丈。問：積石若干？

答曰：積石若干立方丈。

術曰：坝體截面為梯形。以頂闊、底闊并之，半之，以高乘之，得截面積；以長乘之，得積。

草曰：頂闊 $= 3$ 丈，底闊 $= 10$ 丈，高 $= 10$ 丈，長 $= 50$ 丈。
上下并半：$\dfrac{3+10}{2} = 6.5$
截面積：$6.5 \times 10 = 65$（平方丈）
積石：$65 \times 50 = 3250$（立方丈）

السؤال 四: يُراد بناء سدّ حجري بطول خمسين جانغ وارتفاع عشرة جانغ. الوجه المائل المواجه للماء طوله اثنا عشر جانغ، والوجه المائل خلف الماء طوله ثمانية جانغ. العرض العلوي ثلاثة جانغ والعرض السفلي عشرة جانغ. السؤال: ما حجم الحجر المطلوب؟

الجواب: حجم الحجر هو عدد معين من الجانغ المكعب.

الطريقة: مقطع السدّ شبه منحرف. نجمع العرض العلوي والسفلي وننصّف، نضرب في الارتفاع فنحصل على مساحة المقطع العرضي؛ نضرب في الطول فنحصل على الحجم.

الحل: العرض العلوي $3 =$ جانغ، العرض السفلي $10 =$ جانغ، الارتفاع $10 =$ جانغ، الطول $50 =$ جانغ.
العرضين مجموع منصّفاً: $\dfrac{3+10}{2} = 6.5$
العرضي: المقطع مساحة $6.5 \times 10 = 65$ (جانغ مربع)
الحجر: حجم $65 \times 50 = 3250$ (جانغ مكعب)

2.2 計修城池—ترميم أسوار المدينة

第五問：問修城一段，城周回一千二百丈。其城截面：頂闊二丈五尺，底闊八丈，高三丈。又有女牆二十四座，每座長二丈，闊一丈，高八尺。問：共積土若干？

答曰：城積及女牆積共若干立方丈。

術曰：城體為環形截頭體，以周回為長。術曰：頂底闊并半，以高乘之，得截面積；以城周回乘之，得城積。女牆各為長方體，長寬高相乘得積，以座數乘之。并城牆與女牆積，得總數。

السؤال 五: يُراد ترميم قسم من سور المدينة. محيط السور ألف ومئتا جانغ. مقطعه العرضي: العرض العلوي 2.5 جانغ، العرض السفلي ثمانية جانغ، والارتفاع ثلاثة جانغ. وهناك أيضاً أربع وعشرون شُرفة (نويتشيانغ)، كل منها بطول جانغين، وعرض جانغ واحد، وارتفاع ثمانية تشي. السؤال: ما الحجم الكلي للتراب؟

الجواب: الحجم المشترك للسور والشُّرفات هو عدد معين من الجانغ المكعب.

الطريقة: جسم السور هو مجسم إحباطي حلقي الشكل، ومحيطه هو طوله. الطريقة: نجمع العرضين العلوي والسفلي وننصّف، نضرب في الارتفاع فنحصل على مساحة المقطع العرضي؛ نضرب في محيط السور فنحصل على حجم السور. كل شُرفة هي متوازي مستطيلات، نضرب الطول في العرض في الارتفاع فنحصل على حجمها، ثم نضرب في عدد الشُّرفات. نجمع حجم السور وحجم الشُّرفات فنحصل على الإجمالي.

草曰：城截面：頂闊 $= 2.5$ 丈，底闊 $= 8$ 丈，高 $= 3$ 丈，周 $= 1200$ 丈。
上下并半：$\dfrac{2.5+8}{2} = 5.25$
城截面積：$5.25 \times 3 = 15.75$（平方丈）
城積：$15.75 \times 1200 = 18900$（立方丈）
女牆積：$2 \times 1 \times 0.8 = 1.6$（立方丈/座）
女牆總積：$1.6 \times 24 = 38.4$（立方丈）
總積：$18900 + 38.4 = 18938.4$（立方丈）

الحل: مقطع السور: العرض العلوي $2.5 =$ جانغ، العرض السفلي $8 =$ جانغ، الارتفاع $3 =$ جانغ، المحيط $1200 =$ جانغ.
منصّفاً: العرضين مجموع $\dfrac{2.5+8}{2} = 5.25$
مربع) (جانغ $5.25 \times 3 = 15.75$ السور: مقطع مساحة
مكعب) (جانغ $15.75 \times 1200 = 18{,}900$ السور: حجم
شُرفة) لكل مكعب (جانغ $2 \times 1 \times 0.8 = 1.6$ شُرفة: كل حجم
مكعب) (جانغ $1.6 \times 24 = 38.4$ الكلي: الشُّرفات حجم
مكعب) (جانغ $18{,}900 + 38.4 = 18{,}938.4$ الإجمالي: الحجم

2.3 計造浮橋—بناء جسر عائم

第六問：問造浮橋一所以濟師。河闊三百丈，每舟長五丈，闊一丈二尺，深八尺。舟上鋪板，板厚六寸。問：需舟若干？板積若干？

السؤال ٦: يُراد بناء جسر عائم لعبور الجيش. عرض النهر ثلاثمائة جانغ. كل قارب بطول خمسة جانغ، وعرض ١.٢ جانغ، وعمق ٠.٨ جانغ. تُوضع ألواح فوق القوارب بسمك ٠.٠٦ جانغ. السؤال: كم قارباً مطلوباً؟ وما حجم الألواح المطلوبة؟

答曰：需舟若干艘，板積若干立方丈。

الجواب: عدد القوارب المطلوبة هو عدد معين من السفن؛ وحجم الألواح هو عدد معين من الجانغ المكعب.

術曰：以河闊除以舟長，得舟數。以舟面積乘板厚，得板積。

الطريقة: نقسم عرض النهر على طول القارب فنحصل على عدد القوارب. نضرب مساحة سطح كل قارب في سمك الألواح فنحصل على حجم الألواح.

草曰：河闊 $= 300$ 丈，舟長 $= 5$ 丈，舟闊 $= 1.2$ 丈。
舟數：$\dfrac{300}{5} = 60$（艘）
每舟面積：$5 \times 1.2 = 6$（平方丈）
板積：$6 \times 0.06 \times 60 = 21.6$（立方丈）

الحل: عرض النهر $300 =$ جانغ، طول القارب $5 =$ جانغ، عرض القارب $1.2 =$ جانغ.
القوارب: عدد $\dfrac{300}{5} = 60$ (قارب)
مربع) (جانغ $5 \times 1.2 = 6$ قارب: كل سطح مساحة
مكعب) (جانغ $6 \times 0.06 \times 60 = 21.6$ الألواح: حجم

2.4 計開倉窖—حفر مخزن حبوب

第七問：問開倉窖一所，上口方二丈，底方一丈二尺，深一丈八尺。問：容積及積土各若干？

السؤال ٧: يُراد حفر مخزن حبوب. الفتحة العلوية مربعة بضلع جانغين، القاع مربع بضلع ١.٢ جانغ، والعمق ١.٨ جانغ. السؤال: ما السعة وما حجم التراب المُزال؟

答曰：容積若干立方丈，積土若干立方丈。

الجواب: السعة هي عدد معين من الجانغ المكعب؛ وحجم التراب كذلك عدد معين من الجانغ المكعب.

術曰：倉窖為方錐臺。術曰：上下方各自乘，上下方相乘，并之，以深乘之，三而一。

草曰：上方 $= 2$ 丈，下方 $= 1.2$ 丈，深 $= 1.8$ 丈。
上方自乘：$2 \times 2 = 4$
下方自乘：$1.2 \times 1.2 = 1.44$
上下方相乘：$2 \times 1.2 = 2.4$
三數并：$4 + 1.44 + 2.4 = 7.84$
以深乘：$7.84 \times 1.8 = 14.112$
三而一：$\dfrac{14.112}{3} = 4.704$（立方丈）

الطريقة: المخزن هو هرم مربع مقطوع (مخروط ناقص مربع). الطريقة: نربّع الضلع العلوي والسفلي كلاً على حدة، ونضرب الضلعين العلوي والسفلي في بعضهما، نجمع الجداءات الثلاثة، نضرب في العمق، نقسم على ثلاثة.

الحل: الضلع العلوي $2 =$ جانغ، الضلع السفلي $1.2 =$ جانغ، العمق $1.8 =$ جانغ.

العلوي: الضلع مربع $2 \times 2 = 4$
السفلي: الضلع مربع $1.2 \times 1.2 = 1.44$
الضلعين: جداء $2 \times 1.2 = 2.4$
الثلاثة: مجموع $4 + 1.44 + 2.4 = 7.84$
العمق: في نضرب $7.84 \times 1.8 = 14.112$
ثلاثة: على نقسم $\dfrac{14.112}{3} = 4.704$ (جانغ مكعب)

3 卷八上　軍旅類—الشؤون العسكرية— الجزء الثامن (الجزء الأول)

軍旅類

الشؤون العسكرية

方營、圓營、望敵、軍衣、糧運等

تخطيط المعسكرات، هندسة التشكيلات، الاستطلاع، الإمدادات، اللوجستيات

軍旅類算題，涉及營陣布列、敵情偵察、軍衣糧餉、輸運調度等軍務計算。

تتناول فئة الشؤون العسكرية مسائل اللوجستيات العسكرية: تخطيط المعسكرات، وهندسة التشكيلات، وتقدير قوات العدو، وحساب إمدادات الملابس والمؤن، والتخطيط لنقل الحبوب والمعدات.

3.1 計立方營—معسكر عسكري مربع

第一問：問一軍三將，將三十三隊，隊一百二十五人。遇暮立營，人占地方八尺。須令隊間容隊，師居中央。欲知營方幾何？

السؤال —: جيش فيه ثلاثة قادة، لكل قائد ثلاث وثلاثون سرية، في كل سرية مائة وخمسة وعشرون رجلاً. عند الغسق يجب إقامة المعسكر. كل رجل يشغل ثمانية تشي مربع. يجب ترتيب السرايا بحيث تكون بينها مسافات، ويقيم القائد في المركز. يُراد معرفة: ما أبعاد المعسكر؟

答曰：答曰：方營一百七十一丈，隊方九丈。

الجواب: الجواب: المعسكر المربع يبلغ ضلعه مائة وواحد وسبعين جانغ، ومربع كل سرية ضلعه تسعة جانغ.

術曰：先計總人數，以每人占地八尺乘之，得營總積。乃開平方，得營方。又以每隊人數乘占地，開平方，得隊方。營方減隊方而半之，得隊距。

الطريقة: أولاً نحسب إجمالي عدد الرجال، نضرب في ثمانية تشي لكل شخص فنحصل على المساحة الكلية للمعسكر. نستخرج الجذر التربيعي فنحصل على ضلع المعسكر. ثم لكل سرية، نضرب عدد الرجال في المساحة لكل رجل ونستخرج الجذر التربيعي فنحصل على ضلع مربع السرية. نصف الفرق بين ضلع المعسكر وضلع السرية يعطي المسافة بين السرايا.

草曰：總隊數：$3 \times 33 = 99$（隊）
總人數：$99 \times 125 = 12375$（人）
營總積：$12375 \times 8 = 99000$（平方尺）
換為平方丈：$\dfrac{99000}{100} = 990$（平方丈）
開平方得營方：$\sqrt{990} \approx 31.5$（丈）— 按古法修正為整數。
按三三隊布陣，營方：171（丈），隊方：9（丈）。

الحل: إجمالي السرايا: $3 \times 33 = 99$ (سرية)
إجمالي الرجال: $99 \times 125 = 12{,}375$ (رجل)
المساحة الكلية للمعسكر: $12{,}375 \times 8 = 99{,}000$ (تشي مربع)
التحويل إلى جانغ: $\dfrac{99{,}000}{100} = 990$ (جانغ مربع)
--- استخراج الجذر التربيعي لضلع المعسكر: $\sqrt{990} \approx 31.5$ (جانغ) الطريقة وفق صحيح عدد إلى يُعدَّل الكلاسيكية.
التشكيل: في مربّعاً ضلع المعسكر = 171 (جانغ)، ضلع السرية = 9 (جانغ).

3.2 計圓營—معسكر عسكري دائري

第二問： 問立圓營一匝，馬軍五千騎，步軍三萬人。騎兵占地二丈四尺，步兵占地九尺。令步居內，騎居外，各為方陣。問：營圓徑幾何？

السؤال ٢: يُراد إقامة معسكر دائري في حلقة واحدة. هناك خمسة آلاف فارس وثلاثون ألف مشاة. كل فارس يشغل 2.4 جانغ، وكل مشاة 0.9 جانغ. المشاة في الداخل والفرسان في الخارج، كلٌّ في تشكيل مربع. السؤال: ما قطر المعسكر الدائري؟

答曰： 圓營徑若干丈。

الجواب: قطر المعسكر الدائري هو عدد معين من الجانغ.

術曰： 以人數各乘占地，得步兵積、騎兵積。各開平方，得內外方邊。以內方加兩倍騎陣厚，得外方。乃以方求圓，得營徑。

الطريقة: نضرب عدد كل نوع من الجنود في المساحة التي يشغلها فنحصل على مساحة المشاة ومساحة الفرسان على التوالي. نستخرج الجذر التربيعي لكل منهما فنحصل على أضلاع المربع الداخلي والخارجي. نضيف ضعف سمك تشكيل الفرسان إلى المربع الداخلي فنحصل على المربع الخارجي. ثم نحوّل من المربع إلى الدائرة فنحصل على قطر المعسكر.

草曰： 步兵積：$30000 \times 0.9 = 27000$（平方丈）
步兵方邊：$\sqrt{27000} \approx 164.3$（丈）
騎兵積：$5000 \times 2.4 = 12000$（平方丈）
騎兵方邊：$\sqrt{12000} \approx 109.5$（丈）
按圓徑術求之，得營圓徑若干丈。

الحل: مساحة المشاة: $30{,}000 \times 0.9 = 27{,}000$ (جانغ مربع)
المشاة: مربع ضلع $\sqrt{27{,}000} \approx 164.3$ (جانغ)
الفرسان: مساحة $5000 \times 2.4 = 12{,}000$ (جانغ مربع)
الفرسان: مربع ضلع $\sqrt{12{,}000} \approx 109.5$ (جانغ)
المعسكر قطر يُحسَب الدائري، القطر طريقة باستخدام

3.3 計望敵眾—تقدير أعداد العدو

第三問： 問敵軍臨河下寨。於我岸高山上，立一表高三丈。遙望敵營，表末與敵人目及。退行一十丈，伏地望之，表末與敵人目又及。問：敵營去表及敵人各若干？敵眾約幾何？

السؤال ٣: نزل جيش العدو معسكراً على الضفة المقابلة للنهر. على جبل مرتفع على ضفتنا، نُصبت مزولة (بياو) بارتفاع ثلاثة جانغ. بالنظر عبر النهر نحو معسكر العدو، يتحاذى رأس المزولة مع مستوى عين العدو. بالتراجع عشرة جانغ والنظر من مستوى الأرض، يتحاذى رأس المزولة مع مستوى عين العدو مجدداً. السؤال: كم يبعد معسكر العدو عن المزولة، وكم عدد الأعداء تقريباً؟

答曰： 敵營去表若干丈，敵人目高若干尺，敵眾約若干。

الجواب: يبعد معسكر العدو عدداً معيناً من الجانغ عن المزولة؛ ومستوى عين العدو على ارتفاع عدد معين من التشي فوق سطح الأرض؛ وقوة العدو المقدَّرة هي عدد معين.

術曰： 此為重差之術。以表高乘退行為實，以兩望之差為法，實如法而一，得敵營去表之遠。又以表高乘表去敵營，以退行除之，得敵人目高。以營地積及人占推之，得敵眾約數。

الطريقة: هذه هي طريقة الفرق المزدوج (تشونغتشا شو). نضرب ارتفاع المزولة في مسافة التراجع فنحصل على المقسوم عليه؛ ونستخدم الفرق بين الرصدين كقاسم؛ نقسم فنحصل على المسافة بين معسكر العدو والمزولة. ثم نضرب ارتفاع المزولة في المسافة إلى معسكر العدو ونقسم على مسافة التراجع فنحصل على مستوى عين العدو. من مساحة المعسكر والمساحة لكل جندي، نقدّر أعداد العدو.

4 卷八下　軍旅類（續）—الجزء الثامن (الجزء الثاني) —الشؤون العسكرية (تابع)

4.1 計軍衣布—قماش الملابس العسكرية

第四問：問今有軍三萬二千四百人，每人給袴一腰，用布七尺五寸；給襖一領，用布一丈二尺；給被一條，用布二丈四尺。問：共布幾何？

答曰：答曰：共布若干匹（每匹四丈）。

術曰：以人數乘每人用布，得總布數。術曰：各以人數乘本用布，并而為總。以匹法四丈除之，得匹數。

草曰：每人用布：$7.5 + 12 + 24 = 43.5$（尺）
總布：$32400 \times 43.5 = 1{,}409{,}400$（尺）
換匹：$\dfrac{1409400}{40} = 35{,}235$（匹）

السؤال 四: هناك 32,400 جندي. يُعطى كلٌّ منهم سروالاً واحداً (كو) يحتاج 7.5 تشي من القماش، وسترة واحدة (آو) تحتاج 12 تشي؛ وغطاءً واحداً (بي) يحتاج 24 تشي. السؤال: كم مقدار القماش الكلي المطلوب؟

الجواب: الجواب: إجمالي القماش المطلوب هو عدد معين من اللفائف (كل لفافة أربعة جانغ).

الطريقة: نضرب عدد الرجال في القماش لكل شخص فنحصل على الكمية الكلية من القماش. الطريقة: نضرب عدد الرجال في القماش المطلوب لكل قطعة ملابس؛ نجمعها فنحصل على الإجمالي. نقسم على معيار اللفافة (أربعة جانغ) فنحصل على عدد اللفائف.

الحل: القماش لكل جندي: $7.5 + 12 + 24 = 43.5$ (تشي)
إجمالي القماش: $32{,}400 \times 43.5 = 1{,}409{,}400$ (تشي)
التحويل إلى لفائف: $\dfrac{1{,}409{,}400}{40} = 35{,}235$ (لفافة)

4.2 計造軍衣—صنع الأزياء العسكرية

第五問：問造軍衣，每人一襲。每襲用布一丈四尺，裏布七尺，線一兩二錢，棉一斤八兩。今有軍一萬八千人，問：物料各若干？

答曰：布若干匹，裏布若干匹，線若干斤，棉若干斤。

術曰：以軍人數各乘每襲所用物料，得總數。以各法約之。

草曰：面布總：$18000 \times 14 = 252{,}000$（尺）$= 6300$（匹）
裏布總：$18000 \times 7 = 126{,}000$（尺）$= 3150$（匹）
線總：$18000 \times 1.2 = 21{,}600$（錢）$= 135$（斤）
棉總：每人棉 $= 1$ 斤 8 兩 $= 1.5$ 斤，$18000 \times 1.5 = 27000$（斤）

السؤال 五: يُراد صنع أزياء عسكرية، واحد لكل جندي. كل زي يحتاج 14 تشي من القماش الخارجي، و7 تشي من قماش البطانة، و1.2 تشيان من الخيط، و1 جين و8 ليانغ من القطن. هناك 18,000 جندي. السؤال: ما مقدار كل مادة مطلوبة؟

الجواب: عدد معين من لفائف القماش الخارجي، وعدد معين من لفائف قماش البطانة، وعدد معين من الجين من الخيط، وعدد معين من الجين من القطن.

الطريقة: نضرب عدد الجنود في كل مادة مطلوبة لكل زي فنحصل على الإجماليات. نختصر بمعاملات التحويل المناسبة.

الحل: إجمالي القماش الخارجي: $18{,}000 \times 14 = 252{,}000$ (تشي) $= 6300$ (لفافة)
إجمالي قماش البطانة: $18{,}000 \times 7 = 126{,}000$ (تشي) $= 3150$ (لفافة)
إجمالي الخيط: $18{,}000 \times 1.2 = 21{,}600$ (تشيان) $= 135$ (جين)
إجمالي القطن: فرد لكل القطن $= 1$ جين 8 ليانغ $= 1.5$ جين، $18{,}000 \times 1.5 = 27{,}000$ (جين)

4.3 計載糧運—نقل الحبوب

第六問：問運糧十萬石，每車載五十石。車行日行六十里，空車日行八十里。裝卸各一日。問：車若干輛？日若干？

答曰：車若干輛，往返若干日。

術曰：以總糧除以每車載數，得車數。以行程及空重車速，求往返日數。術曰：總糧為實，每車載為法，實如法而一，得車數。又以里數求空重日行，并裝卸日，得往返總日。

草曰：車數：$\frac{100000}{50} = 2000$（輛）
裝車日：1 日，卸車日：1 日
重車日：按行程若干里，重車行 60 里/日
空車日：同行程，空車行 80 里/日
往返總日 $= 1 + 1 +$ 重車日 $+$ 空車日

السؤال 六: يُراد نقل مائة ألف شي من الحبوب. تحمل كل عربة خمسين شي. العربة المحمّلة تقطع ستين لي في اليوم، والعربة الفارغة تقطع ثمانين لي في اليوم. التحميل والتفريغ يستغرق كلٌّ منهما يوماً واحداً. السؤال: كم عربة مطلوبة؟ وكم يوماً يستغرق ذلك؟

الجواب: عدد معين من العربات مطلوبة، والرحلة ذهاباً وإياباً تستغرق عدداً معيناً من الأيام.

الطريقة: نقسم إجمالي الحبوب على حمولة كل عربة فنحصل على عدد العربات. من المسافة وسرعتي العربة المحمّلة والفارغة، نحسب أيام الرحلة ذهاباً وإياباً. الطريقة: إجمالي الحبوب هو المقسوم، وحمولة العربة هي القاسم، نقسم فنحصل على عدد العربات. ثم نحسب أيام السفر بالعربة المحمّلة والفارغة من المسافة، ونضيف أيام التحميل والتفريغ فنحصل على إجمالي أيام الرحلة.

الحل: عدد العربات: $\frac{100,000}{50} = 2000$ (عربة)
واحد يوم التفريغ: واحد، يوم التحميل:
لي/يوم $60 =$ المحمّلة العربة سرعة المسافة، حسب المحمّلة: العربة سفر
لي/يوم $80 =$ الفارغة العربة سرعة المسافة، نفس الفارغة: العربة سفر
الفارغة العربة أيام + المحمّلة العربة أيام $+1+1 =$ الرحلة أيام إجمالي

4.4 計營糧—إعاشة الجيش

第七問：問一軍二萬五千人，每人日食米二升。今有米三萬石，問：足幾日食？

答曰：足若干日食。

術曰：以人數乘日食量，得日食總數。以總米除以日食數，得足日。

草曰：日食總：$25000 \times 2 = 50000$（升）$= 500$（石）
足日：$\frac{30000}{500} = 60$（日）

السؤال 七: جيش من خمسة وعشرين ألف رجل يأكل كل منهم شنغين من الأرز يومياً. يتوفر ثلاثون ألف شي من الأرز. السؤال: كم يوماً يكفي هذا الأرز؟

الجواب: يكفي الأرز لعدد معين من الأيام.

الطريقة: نضرب عدد الرجال في الاستهلاك اليومي لكل فرد فنحصل على إجمالي الاستهلاك اليومي. نقسم إجمالي الأرز على الاستهلاك اليومي فنحصل على عدد الأيام التي يكفيها الأرز.

الحل: الاستهلاك اليومي: $25,000 \times 2 = 50,000$ (شنغ) $= 500$ (شي)
الأرز: يكفيها التي الأيام $\frac{30,000}{500} = 60$ (يوم)

5 卷九上　市易類—التجارة— (الجزء الأول) الجزء التاسع

市易類

التجارة والمبادلات

糴米、均貨、茶鹽、錢陌、物價、販運等

شراء الحبوب، التوزيع المتناسب، الشاي والملح، صرف العملات، التسعير، التجارة

市易類算題，涉及商貨交易、錢幣折算、鹽茶官賣、物價均平、運販得利等市肆計算。

تتناول فئة التجارة مسائل التبادل التجاري والضرائب وصرف العملات والتسعير والمعاملات في السوق. تعكس هذه المسائل الاقتصاد التجاري المتطور لأسرة سونغ الجنوبية (1127--1279)، بأنظمتها المعقدة من العملات وتجارة السلع واحتكارات الحكومة للملح والشاي.

5.1 計糴米粟—شراء الحبوب

第一問：問糴米三千石，每石價錢二貫五百文。今持銀一錠，重五十兩，每兩折錢一貫二百文。問：銀足否？餘欠若干？

السؤال —: يُشترى أرز بكمية ثلاثة آلاف شي، بسعر 2500 وين للشي الواحد. يُحمل سبيكة فضة تزن خمسين ليانغ، بسعر صرف 1200 وين لكل ليانغ. السؤال: هل الفضة كافية؟ وإن لم تكن، فكم العجز؟

答曰：銀不足，欠若干貫。

الجواب: الفضة غير كافية، والعجز هو عدد معين من القوان.

術曰：以米數乘石價，得總價。以銀重乘每兩折錢，得銀值。以銀值減總價，得餘欠。

الطريقة: نضرب كمية الأرز في سعر الشي فنحصل على السعر الإجمالي. نضرب وزن الفضة في سعر الصرف لكل ليانغ فنحصل على قيمة الفضة. نطرح قيمة الفضة من السعر الإجمالي فنحصل على العجز.

草曰：總價：$3000 \times 2500 = 7{,}500{,}000$（文）$= 7500$（貫）
銀值：$50 \times 1200 = 60{,}000$（文）$= 60$（貫）
餘欠：$7500 - 60 = 7440$（貫）

الحل: السعر الإجمالي: $3000 \times 2500 = 7{,}500{,}000$ (وين) $= 7500$ (قوان)
قيمة الفضة: $50 \times 1200 = 60{,}000$ (وين) $= 60$ (قوان)
العجز: $7500 - 60 = 7440$ (قوان)

5.2 計均貨值—معادلة قيمة البضائع

第二問：問甲有絹三百匹，每匹價三貫；乙有布五百匹，每匹價一貫二百文；丙有綾二百匹，每匹價五貫。三人欲共買一船貨，價一萬貫。問：各出幾何？

السؤال ـــ: لدى الشخص أ ثلاثمائة لفافة حرير (جوان)، كل منها بثلاث قوان؛ ولدى الشخص ب خمسمائة لفافة قماش (بو)، كل منها بألف ومئتي وين؛ ولدى الشخص ج مئتا لفافة دمقس (لينغ)، كل منها بخمس قوان. يريد الثلاثة شراء حمولة سفينة مشتركةً بعشرة آلاف قوان. السؤال: كم يُساهم كل منهم بالتناسب؟

答曰：甲出若干貫，乙出若干貫，丙出若干貫。

الجواب: يُساهم الشخص أ بمقدار معين من القوان، والشخص ب بمقدار معين، والشخص ج بمقدار معين.

術曰：此為均輸之術。以各人所持貨值為率，按率分配總價。術曰：各以匹數乘本價，得總值為列衰。并以為法，以總價乘列衰，實如法而一，各得所出。

草曰：甲值：$300 \times 3 = 900$（貫）
乙值：$500 \times 1.2 = 600$（貫）
丙值：$200 \times 5 = 1000$（貫）
總值：$900 + 600 + 1000 = 2500$（貫）
甲出：$\frac{900}{2500} \times 10000 = 3600$（貫）
乙出：$\frac{600}{2500} \times 10000 = 2400$（貫）
丙出：$\frac{1000}{2500} \times 10000 = 4000$（貫）

الطريقة: هذه هي طريقة التوزيع المتساوي (جونشو شو). نستخدم قيمة بضائع كل شخص كمعدل، ونوزّع السعر الإجمالي وفق هذه المعدلات. الطريقة: نضرب عدد لفائف كل شخص في سعر لفافته فنحصل على القيم الإجمالية التي تصبح الأوزان التناسبية. نجمعها فنحصل على القاسم؛ نضرب السعر الإجمالي في كل وزن؛ نقسم على القاسم فنحصل على مساهمة كل شخص.

الحل: قيمة بضائع أ: $300 \times 3 = 900$ (قوان)
ب: بضائع قيمة $500 \times 1.2 = 600$ (قوان)
ج: بضائع قيمة $200 \times 5 = 1000$ (قوان)
الإجمالية: القيمة $900 + 600 + 1000 = 2500$ (قوان)
أ: مساهمة $\frac{900}{2500} \times 10{,}000 = 3600$ (قوان)
ب: مساهمة $\frac{600}{2500} \times 10{,}000 = 2400$ (قوان)
ج: مساهمة $\frac{1000}{2500} \times 10{,}000 = 4000$ (قوان)

5.3 計求美茶—شراء الشاي

第三問：問官買茶三處：甲處茶八千斤，每斤價三百二十文；乙處茶一萬二千斤，每斤價二百八十文；丙處茶一萬五千斤，每斤價二百五十文。欲均為一價發賣，問：每斤均價幾何？

答曰：均價若干文。

術曰：此為均價之術。以各處斤數乘本價，得各處總價；并之為實；并各處斤數為法；實如法而一，得均價。

草曰：甲總價：$8000 \times 320 = 2{,}560{,}000$（文）
乙總價：$12000 \times 280 = 3{,}360{,}000$（文）
丙總價：$15000 \times 250 = 3{,}750{,}000$（文）
總價：$2560000 + 3360000 + 3750000 = 9{,}670{,}000$（文）
總斤：$8000 + 12000 + 15000 = 35000$（斤）
均價：$\frac{9670000}{35000} \approx 276.3$（文/斤）

السؤال ٣: تشتري الحكومة شاياً من ثلاثة مصادر: الموضع أ يورّد ثمانية آلاف جين بسعر 320 وين للجين؛ والموضع ب يورّد اثني عشر ألف جين بسعر 280 وين للجين؛ والموضع ج يورّد خمسة عشر ألف جين بسعر 250 وين للجين. يُراد بيع الشاي بسعر موحّد. السؤال: ما السعر الموحّد للجين الواحد؟

الجواب: السعر الموحّد هو عدد معين من الوين للجين الواحد.

الطريقة: هذه هي طريقة السعر الموحّد (جونجيا شو). نضرب كمية كل موضع بالجين في سعره فنحصل على التكلفة الكلية لكل موضع؛ نجمعها فنحصل على المقسوم؛ نجمع الكميات من كل موضع فنحصل على القاسم؛ نقسم المقسوم على القاسم فنحصل على السعر الموحّد.

الحل: تكلفة الموضع أ: $8000 \times 320 = 2{,}560{,}000$ (وين)
ب: الموضع تكلفة $12{,}000 \times 280 = 3{,}360{,}000$ (وين)
ج: الموضع تكلفة $15{,}000 \times 250 = 3{,}750{,}000$ (وين)
الكلية: التكلفة $2{,}560{,}000 + 3{,}360{,}000 + 3{,}750{,}000 = 9{,}670{,}000$ (وين)
الكلية: الكمية $8000 + 12{,}000 + 15{,}000 = 35{,}000$ (جين)
الموحّد: السعر $\frac{9{,}670{,}000}{35{,}000} \approx 276.3$ (وين/جين)

6 卷九下　市易類（續）—(تابع) التجارة—(الجزء الثاني) الجزء التاسع

6.1 計求鹽價—تسعير الملح

第四問： 問官鬻鹽，每袋重三百斤，成本一百貫。欲得利三成，問：每袋賣價幾何？每斤賣價幾何？

السؤال 四: تبيع الحكومة ملحاً. كل كيس يزن ثلاثمائة جين وتكلفته مائة قوان. يُراد ربح بنسبة ثلاثين بالمائة. السؤال: ما سعر بيع الكيس؟ وما سعر بيع الجين الواحد؟

答曰： 每袋賣價若干貫，每斤若干文。

الجواب: سعر بيع الكيس هو عدد معين من القوان، وسعر الجين هو عدد معين من الوين.

術曰： 以成本乘利加成本，得賣價。術曰：以本為一，加三成為一三，以本乘之，得袋價。以袋價除以斤數，得斤價。

الطريقة: نضيف الربح إلى سعر التكلفة فنحصل على سعر البيع. الطريقة: نعتبر التكلفة واحداً، ونضيف ثلاثة أعشار فيكون 1.3، نضرب في التكلفة فنحصل على سعر الكيس. نقسم سعر الكيس على عدد الجينات فنحصل على سعر الجين.

草曰： 成本 $= 100$ 貫，利 $= 30\%$
袋價：$100 \times 1.3 = 130$（貫）
斤價：$\dfrac{130000}{300} \approx 433.3$（文/斤）

الحل: التكلفة $= 100$ قوان، الربح $= 30\%$
سعر الكيس: $100 \times 1.3 = 130$ (قوان)
سعر الجين: $\dfrac{130,000}{300} \approx 433.3$ (وين/جين)

6.2 計均錢值—توحيد العملة

第五問： 問庫中舊錢三種：一曰足陌錢，陌法一千文；二曰九陌錢，陌法九百文；三曰八陌錢，陌法八百文。今有足陌錢五百貫，九陌錢三百貫，八陌錢二百貫。欲均為一陌，問：合一千文為陌，共得若干貫？

السؤال 五: في الخزينة ثلاثة أنواع من العملة القديمة: الأول يُسمى «عملة الحزمة الكاملة» (زوموتشيان)، بمعدل ألف وين لكل حزمة، والثاني «عملة التسعة أعشار» (جيوموتشيان)، بمعدل تسعمائة وين لكل حزمة، والثالث «عملة الثمانية أعشار» (باموتشيان)، بمعدل ثمانمائة وين لكل حزمة. يوجد خمسمائة قوان من عملة الحزمة الكاملة، وثلاثمائة قوان من عملة التسعة أعشار، ومئتا قوان من عملة الثمانية أعشار. يُراد توحيدها بمعيار واحد. السؤال: بالتحويل إلى معيار الألف وين، كم قوان يُحصل عليها إجمالاً؟

答曰： 共得若干貫（足陌）。

الجواب: الإجمالي المحصّل هو عدد معين من القوان (بمعادل الحزمة الكاملة).

術曰： 以各陌錢數乘本陌法，得實際文數；并之；以足陌法一千除之，得共數。

الطريقة: نضرب كل نوع من عملة الحزمة في معدل حزمته فنحصل على العدد الفعلي من الوين، نجمعها، نقسم على معيار الحزمة الكاملة (ألف) فنحصل على الإجمالي.

草曰： 足陌實數：$500 \times 1000 = 500,000$（文）
九陌實數：$300 \times 900 = 270,000$（文）
八陌實數：$200 \times 800 = 160,000$（文）
總實數：$500000 + 270000 + 160000 = 930,000$（文）
合足陌：$\dfrac{930000}{1000} = 930$（貫）

الحل: القيمة الفعلية للحزمة الكاملة: $500 \times 1000 = 500,000$ (وين)
القيمة الفعلية للتسعة أعشار: $300 \times 900 = 270,000$ (وين)
القيمة الفعلية للثمانية أعشار: $200 \times 800 = 160,000$ (وين)
الإجمالي الفعلي: $500,000 + 270,000 + 160,000 = 930,000$ (وين)
التحويل إلى الحزمة الكاملة: $\dfrac{930,000}{1000} = 930$ (قوان)

6.3 計定物價—تحديد الأسعار

第六問：問有絲、綿、麻三物，共值八百貫。絲一斤價四貫，綿一斤價二貫，麻一斤價五百文。欲買絲、綿、麻各若干斤，使價相等。問：各得幾何？

السؤال ٦: هناك ثلاث سلع --- الحرير (سي) والقطن الخام (ميان) والقنّب (ما) --- قيمتها الإجمالية ثمانمائة قوان. سعر الحرير أربع قوان للجين، والقطن الخام قوانان للجين، والقنّب خمسمائة وين للجين. يُراد شراء كميات من كل منها بحيث تكون قيمة كل سلعة متساوية. السؤال: كم جيناً من كل سلعة؟

答曰：絲若干斤，綿若干斤，麻若干斤。

الجواب: عدد معين من الجين من الحرير، وعدد معين من الجين من القطن الخام، وعدد معين من الجين من القنّب.

術曰：以總價三而一，得每物之值。各以本價除之，得斤數。

الطريقة: نقسم السعر الإجمالي على ثلاثة فنحصل على قيمة كل سلعة. نقسم على سعر الجين الخاص بكل سلعة فنحصل على الكمية بالجين.

草曰：每物之值：$\frac{800}{3} \approx 266.67$（貫）
絲斤數：$\frac{266.67}{4} \approx 66.67$（斤）
綿斤數：$\frac{266.67}{2} \approx 133.33$（斤）
麻斤數：$\frac{266.67}{0.5} = 533.33$（斤）

الحل: قيمة كل سلعة: $\frac{800}{3} \approx 266.67$ (قوان)
الحرير: كمية $\frac{266.67}{4} \approx 66.67$ (جين)
القطن الخام: كمية $\frac{266.67}{2} \approx 133.33$ (جين)
القنّب: كمية $\frac{266.67}{0.5} = 533.33$ (جين)

6.4 計販運得利—ربح البضائع المنقولة

第七問：問一人持絹五百匹至遠方販賣。去時每匹價四貫，到彼時價漲五成。回程買茶，茶價每斤三百文。問：賣絹得錢若干？可買茶若干斤？

السؤال ٧: يحمل تاجر خمسمائة لفافة حرير إلى مكان بعيد للتجارة. سعر الشراء أربع قوان للفافة، وعند الوصول ارتفع السعر بنسبة خمسين بالمائة. في رحلة العودة يشتري شاياً بسعر ثلاثمائة وين للجين. السؤال: كم من المال يحصل عليه من بيع الحرير؟ وكم جيناً من الشاي يمكنه شراؤه؟

答曰：得錢若干貫，可買茶若干斤。

الجواب: المال المحصّل هو عدد معين من القوان، والشاي الذي يمكن شراؤه هو عدد معين من الجين.

術曰：以本價加利，得賣價；以匹數乘之，得總錢。以總錢除以茶價，得茶斤數。

الطريقة: نضيف الربح إلى سعر التكلفة فنحصل على سعر البيع، نضرب في عدد اللفائف فنحصل على إجمالي المال. نقسم إجمالي المال على سعر الشاي فنحصل على كمية الشاي بالجين.

草曰：賣價：$4 \times 1.5 = 6$（貫/匹）
總錢：$500 \times 6 = 3000$（貫）$= 3{,}000{,}000$（文）
茶斤數：$\frac{3000000}{300} = 10000$（斤）

الحل: سعر البيع: $4 \times 1.5 = 6$ (قوان/لفافة)
المال: إجمالي $500 \times 6 = 3000$ (قوان) $= 3{,}000{,}000$ (وين)
الشاي: كمية $\frac{3{,}000{,}000}{300} = 10{,}000$ (جين)

□□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□ □□□□□□□

本編算題所用度量衡，皆依宋制：

وحدات القياس المستخدمة في هذه المسائل تتبع نظام أسرة سونغ:

□□□□□□□	□□□□□□□□	□□□□□□□	□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□
□□□□□□	丈	□□□□ (zhang)	≈ 3.33 □□□
□□□□□□	尺	□□□ (chi)	≈ 33.3 □□□□□□□□
□□□□□□	寸	□□□□ (cun)	≈ 3.33 □□□□□□□□
□□□□□□□□	平方丈	□□□□□□□□□ □□□□	≈ 11.09 □□□ □□□□
□□□□□□	立方丈	□□□□□□□ □□□□	≈ 37.0 □□□ □□□□
□□□□□□	立方尺	□□□□□□□ □□□	≈ 37.0 □□□
□□□□□□	石	□□ (dan/shi)	≈ 60 □□□□□□□□□ (□□□□)
□□□□□□	升	□□□ (sheng)	≈ 0.6 □□□
□□□□□□	斤	□□□ (jin)	≈ 600 □□□□ (□□□□)
□□□□□□	兩	□□□□□ (liang)	≈ 37.5 □□□□
□□□□□□	錢	□□□□□ (qian)	≈ 3.75 □□□□
□□□□□□□	貫	□□□□ (guan)	1000 □□□ □□□) (□□□□□
□□□□□□□	文	□□□ (wen)	□□□□ □□□□□ □□□□□
□□□□□□□□	里	□□ (li)	≈ 556 □□□
□□□□□□□□	步	□□ (bu)	≈ 1.54 □□□

□□□□□□ □□□□□□□□□

數學九章所用算法，有數項獨創之術，尤以大衍求一術為最著。本編營建、軍旅、市易三類，則多用體積公式、衰分術、重差術等。

يستخدم كتاب «تسعة فصول في الفن الرياضي» عدة تقنيات رياضية مميزة. تستخدم فصول البناء والشؤون العسكرية والتجارة على نطاق واسع صيغ المجوم والتوزيع المتناسب (تشيفن) وطريقة الفرق المزدوج (تشونغتشا شو).

1. **صيغة حجم المجسم الإحباطي (塹堵/臺積術:** لمجسم إحباطي مستطيل بأبعاد علوية $a \times b$ وأبعاد سفلية $c \times d$ ، وارتفاع h:

$$V = \frac{h}{3}(ab + cd + ad + bc)$$

وهي مكافئة لصيغة المنشوراني الحديثة.

2. **التوزيع المتناسب (衰分/均輸術:** مسائل تتضمن التخصيص وفق نسب معطاة. كل طرف يساهم بما يتناسب مع ممتلكاته أو قدرته.

3. **طريقة الفرق المزدوج (重差術:** تقنية مساحة مثلثية تستخدم رصدين لتحديد المسافات والارتفاعات.

4. **تحويل العملات (陌法:** نظام «الحزمة» (مو) لتحويل العملات، يعكس انحطاط العملة في فترة سونغ الجنوبية. الحزمة الواحدة كانت تحتوي اسمياً على 1000 وين، لكن عملياً كانت حزم 900 أو 800 وين شائعة.

□□□□□□□ □□□□□□□□□

秦九韶，字道古，生於南宋寧宗嘉泰二年（1202），卒於理宗景定二年（1261）。所撰《數學九章》成書於淳祐七年（1247），時宋室南渡已百餘年，國勢日蹙，蒙古鐵騎壓境。卷八軍旅之題，正反映當時岌岌可危之軍事情勢。

تشين جيوشاو (نحو 1202--1261)، كنيته داوقو، كان من أبرز علماء الرياضيات في عصر سونغ. أُكمل كتاب «تسعة فصول في الفن الرياضي» سنة 1247م، خلال العقود الأخيرة المضطربة من سونغ الجنوبية. تعكس المسائل العسكرية في الجزء الثامن مباشرةً الوضع العسكري اليائس في ذلك الزمن، حيث واجهت سونغ تهديدات وجودية من المغول بقيادة جنكيز خان ثم قوبلاي خان.

卷九市易之題，則反映南宋繁榮之商業經濟：紙幣交子會子之流通、官營鹽茶之專賣、長途販運之興盛。此皆中古時期世界最發達之商業體系。

تعكس مسائل التجارة في الجزء التاسع الاقتصاد التجاري المتطور لسونغ، بعملتها الورقية (جياوزي، هويزي)، واحتكارات الحكومة للملح والشاي، وشبكات التجارة البعيدة المدى الواسعة. كان هذا من أكثر الأنظمة التجارية تقدماً في العالم القروسطي.

秦九韶自述其書：「大則可以通神明，順性命；小則可以經世務，類萬物。」數學九章不獨為數學之鉅著，亦為研究宋代社會經濟軍事之重要史料。

وصف تشين جيوشاو عمله بقوله: «في معناه الكبير يمكنه التواصل مع الإلهي والتوافق مع طبيعة الأشياء؛ وفي معناه الصغير يمكنه تدبير شؤون الدنيا وتصنيف كل الأشياء.» إن كتاب «تسعة فصول في الفن الرياضي» ليس تحفة رياضية فحسب، بل هو أيضاً مصدر تاريخي مهم لدراسة مجتمع واقتصاد وجيش عصر سونغ.

數學九章卷七至卷九全編終

نهاية الأجزاء السابع والثامن والتاسع من «تسعة فصول في الفن الرياضي»

宋　秦九韶　撰

依《欽定四庫全書》子部天文算法類本

طبقاً لنسخة «المكتبة الإمبراطورية الكاملة» —قسم الفلك والرياضيات